

用格子 Boltzmann 方法构建大气动力学模式的初步研究*

刘 峰 胡 非

(中国科学院大气物理研究所, LAPC, 北京, 100029)

摘 要

文中建立了一个格子 Boltzmann 模型, 经过 Chapman-Enskog 展开得到的方程组能完整描述正压大气的动力过程, 成功地模拟了正压地转适应过程, 对 Obukhov 的经典例子进行了数值检验。结果表明, Obukhov 的结果只体现了科氏力和气压梯度力的平衡, 而本模型可以精确地描述科氏力、惯性和气压梯度力三者的完整平衡, 与 Obukhov 线性理论相比, 气压变化量的数值相差 28%, 说明了线性适应理论只在定性方面正确, 在定量方面还不准确。数值结果还表明粘性力在地转适应过程中基本不起作用。同时, 还模拟了一个更大尺度的适应问题, 验证了气压场与风场适应过程取决于尺度大小这一论断。

数值试验表明, 格子 Boltzmann 方法用于模拟大气运动是可行的, 而且因其编程简洁方便, 天然具有极好的并行性能, 对于建立模拟大气和海洋这样涉及复杂动力热力过程的多相大规模数值模式很有发展潜力。

关键词: 格子 Boltzmann 方法, 大气动力学模式, 正压适应, Chapman-Enskog 展开。

1 引 言

格子 Boltzmann 方法是一种近年发展起来的离散运动论模型方法, 用简单的粒子运动和碰撞规则来模拟非线性系统的复杂过程, 在计算流体力学的许多方面得到了成功的应用。由于格子 Boltzmann 模型本质上反映了描述流体运动的拉格朗日观点, 又继承了原始 Boltzmann 方程的基本特征, 因而具有精度高, 稳定性好, 容易考虑微观动力机制等优点。

Frisch, Hasslacher 和 Pomeau^[1]于 1986 年提出 FHP 格子气模型, 用以模拟流体运动, 引起了计算物理学界极大的兴趣。这是一种离散运动论模型, 在一个格子里有若干粒子, 这些粒子在格点上沿着既定的轨线迁移和碰撞, 满足质量和动量的守恒, 单个粒子行为非常简单, 但是整体上却可以模拟出复杂的流体运动, 这充分体现了从简单的个体行为出发来表现出整体复杂行为的思想。格子 Boltzmann 方法是格子气方法与 Boltzmann 方程相结合的产物。Boltzmann 方程是 Boltzmann 于 1872 年从分子

运动论和统计物理的理论推导出来的, 它用气体分子分布函数的演变来描述气体运动^[2]。由于 Boltzmann 方程是从微观动力学的角度来描述, 因此它比从连续介质假设导出的 Navier-Stokes 方程(即 N-S 方程)物理内涵^[3]深刻得多。Chapman 和 Enskog 的研究表明, N-S 方程只是 Boltzmann 方程的一个低阶近似^[4]。但是在 Boltzmann 方程中, 分子分布函数是时间、空间和分子速度的函数, 分子碰撞项的处理也很复杂, 是一个微分-积分方程, 求解起来极其困难, 因此它的应用远远不如 N-S 方程广泛。格子 Boltzmann 模型大大简化了 Boltzmann 方程, 把原本连续的速度空间简并为若干离散的速度, 并且引入 BGK 近似^[5]以简化碰撞项的计算。这样做的结果无疑会损失了原 Boltzmann 方程中的许多信息, 但是有意思的是, 低阶的矩量精确地保留下来了, 从格子 Boltzmann 模型依然可以恢复出 N-S 方程。格子 Boltzmann 方法继承了原 Boltzmann 方程的物理本质, 在保留了格子气方法简单性优点的同时又克服了其非伽利略不变性和计算噪声等缺点^[6], 从而能够模拟各种实际的复杂流动如多相流, 多孔介质

* 初稿时间: 2003 年 2 月 10 日; 修改稿时间: 2003 年 4 月 9 日。
资助课题: 中国科学院知识创新工程项目(KZCX2-204)。

流,磁流体等^[7],而且它具有精度高,并行性能好,容易考虑微观的动力机制等优点^[8],是一种新兴的很有潜力的计算流体力学方法。

大气动力学模式的格式设计,对平流项的处理很关键,否则将有过于平滑或者频散过大甚至不稳定的现象。一种近年发展起来的半拉格朗日型格式^[9,10],通过跟踪气体微团运动的轨迹来计算动量、能量和浓度的平流通量,以达到既增大时间步长而又能维持精度和稳定性的目的,但是由于气团运动的复杂性,轨迹是曲线而非直线,不可能在每一个时间步都正好落在网格点上,如果采用插值,则会带来额外的误差和稳定性问题;王军等^[11]最近提出完全不用插值的半拉格朗日型格式,但是仍需要迭代,形式变得复杂,可能给编程和理论分析带来各种不便。格子 Boltzmann 方法本质上体现了一种拉格朗日观点,跟踪每一种粒子的运动,而每一种粒子都是严格地以给定的速度沿着既定的路线迁移,在每一时刻都精确地位于网格点上。在各个网格点上,每一种粒子具有一个分布函数值,反映了具有这种速度的粒子所占的比重。宏观的质量和动量分别由分布函数的零阶矩和一阶矩确定。这相当于是把气团整体的复杂非线性运动分解为若干简单的线性运动来处理了。

由于大气运动的特殊性,在时间和空间尺度上都远远大于普通的流体运动,动力上也存在显著的差异,如普通的小尺度流体运动中粘性力是重要的,在涡旋的发展过程中起关键作用;然而大气中涡旋常常是与地转科氏力相联系^[12],物理本质是不同的。这样一来,在普通流体力学中很有效的处理手段和计算方法,并不能直接照搬到大气动力学方程的数值模拟中来。因此,一种新的方法是不是可行,数值试验的检验是极其重要的。为此,本文建立了一个正压大气的格子 Boltzmann 模型,针对地转适应过程研究的经典例子进行了数值试验。

正压大气是对真实大气的简化,它源于流体力学中的浅水方程。由于地球大气相对于地球的尺度来说,可以说是非常薄的一层流体,其水平运动尺度远远大于垂直运动的尺度,具有准静力平衡,准二维的特点,因此正压大气模型可以相当好地反映大气运动的基本特征,而且以其简单,物理意义清晰,气象学家在做理论分析和数值模式检验时经常用它。其实这一模型用于研究海洋洋流和潮汐运动,也是很有价值的。

2 从微观动力学方程导出宏观的正压大气方程组

用格子 Boltzmann 方法模拟大气运动的关键在于能够建立特定的模型,这个模型应该足够地逼近于相应的大气运动方程组。由于正压原始方程组不同于普通的二维流体力学方程,它考虑均质不可压缩的流体,因而方程中不出现密度,而代之以自由面高度 h ,侧面压力项是由于流体质量水平分布不均匀的重力效应引起的,形式上也不同于普通流体力学方程中的压强,还有一点就是增加了地转导致的科氏力。因此,必须重新建立适合于描述正压大气的模型。

本文采用的格子 Boltzmann 模型是用米字形格子,9种粒子,可以沿8个方向移动,也可以静止不动,如图1所示。离散动力学方程如下:

$$f_i(t + \delta t, x_a + c_{ia}\delta t) - f_i(t, x_a) = \Omega_i + F_i\delta t \quad (1)$$

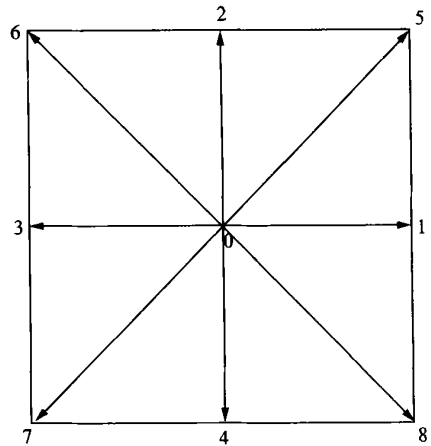


图1 离散格子及粒子运动轨迹

其中, $\Omega_i = -\frac{1}{\tau}(f_i(t, x_a) - f_i^{eq}(t, x_a))$, $i = 0, 1, 2, \dots, 8$, 粒子分布函数 f_i 的定义是: 在时刻 t , 位置 x_a 处, 运动速度为 c_{ia} 的粒子数密度。 f_i^{eq} 是局地平衡分布函数, $\alpha = 1, 2$ 表示 x, y 坐标, δt 是时间步长, τ 是无量纲弛豫时间系数, F_i 是为了考虑外力——科氏力, 它作为附加项加在各个方向的粒子分布函数上, 由后文的定义式(3), 应满足 $\sum_i F_i = 0$ 才不会破坏质量守恒, 而且要满足 $\sum_i c_{i1} F_i = fhv$, 以及 $\sum_i c_{i2} F_i = -fhu$, 由于粒子多, 要满足的方程少, 选择不是唯一的, 这里选择 $F_1 = -F_3 = fhv/2c$, $F_2 =$

$-F_4 = -fhu/2c$, $c = |c_1| = |c_2|$, 其余 F_i 均取为零, 考虑了科氏力。

Ω_i 为碰撞项, 这里采用的是 BGK 近似, 它基于这一事实即气体分子分布函数往往非常接近于相应的平衡状态^[5], 理想气体的平衡状态正是 Maxwell 分布。可以证明, 这样简化处理的碰撞过程满足质量和动量的守恒^[3]

$$\sum_i \Omega_i = 0, \sum_i \Omega_i c_{i\alpha} = 0 \quad (2)$$

定义质量(用自由面高度来代替)和动量:

$$\begin{cases} h = \sum_i f_i \\ hu_\alpha = \sum_i f_i c_{i\alpha} \end{cases} \quad (3)$$

利用式(2)容易得到

$$\begin{cases} h = \sum_i f_i^{eq} \\ hu_\alpha = \sum_i f_i^{eq} c_{i\alpha} \end{cases} \quad (4)$$

通常的格子 Boltzmann 模型事先都作了无量纲化处理, 以便在分析过程中正确判断各项的相对大小以决定取舍。本模型中取参考量 L, T, C, H , 其中 L, T 分别为大气运动的空间和时间特征尺度, 且满足 $L = TC, H$ 是正压大气的特征厚度, $C = |c_{ial}| = \sqrt{3gH}$ 是粒子运动的速度, 进行无量纲化:

$$\bar{t} = t/T, \bar{x}_\alpha = x_\alpha/L, \bar{h} = h/H, \bar{u}_\alpha = u_\alpha/C$$

在后面的分析中, 为方便起见, 忽略掉表示无量纲量的“-”号。由于实行了无量纲化处理, 时间步长 δt 就成了一个小量。

局地平衡分布函数源于气体分子 Maxwell 分布率, 在低速情形对 Maxwell 分布函数作 Taylor 展开到二阶^[8], 得到如下形式:

$$\begin{cases} f_i^{eq} = w_i h (A_0 + A_1 c_{i\alpha} u_\alpha + A_2 c_{i\alpha} c_{i\beta} u_\alpha u_\beta + A_3 U^2) \\ f_0^{eq} = h (B_0 + B_3 u^2) \end{cases} \quad i = 1, 2 \dots 8 \quad (5)$$

其中 α, β 表示坐标分量, 采用张量计法, 每一项中相同下标表示求和。 $U = \sqrt{u^2 + v^2}$ 。

式(5)中的系数是根据所要模拟的宏观动力学方程来确定的。根据质量和动量的守恒准则及对称性规律, 可以确定正压模式所对应的系数取值如下:

$$\begin{aligned} w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 1/9 \\ w_5 = w_6 = w_7 = w_8 = 1/36 \\ A_0 = \frac{h}{2}, A_1 = 3, A_2 = 9/2, A_3 = -\frac{3}{2} \\ B_0 = 1 - (5/18)h, B_3 = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

下面我们来证明从微观动力学方程可以恢复出宏观的动力学方程, 先将方程(1)作 Taylor 展开到二阶

$$\begin{aligned} \delta t \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \right) f_i + \frac{\delta t^2}{2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \right)^2 f_i \\ = -\frac{f_i - f_i^{eq}}{\tau} + F_i \delta t \end{aligned} \quad (6)$$

这可以看作是一个含有小参数 $\varepsilon = \delta t$, 以 t, x_α 为自变量的关于 $f_i(x_\alpha, t; \varepsilon)$ 的偏微分方程。而且当 $\delta t \rightarrow 0$, 为了方程两边的平衡, 必然有 $f_i - f_i^{eq} \rightarrow 0$, 也就是说, 粒子分布函数必然非常地接近于相应的平衡状态, 因此可以将它在平衡分布函数附近以小参数 ε 展开:

$$f_i = f_i^{eq} + \varepsilon \mathcal{G}_i^{(1)} + \varepsilon^2 f_i^{(2)} + \dots \quad (7)$$

这便是著名的 Chapman-Enskog 展开^[9]。

由准则式(4)及 ε 的任意性, 有

$$\sum_i f_i^{(n)} = 0, \sum_i f_i^{(n)} c_{i\alpha} = 0, n = 1, 2 \dots \quad (8)$$

将展开式(7)代入(6)分别保留一阶和二阶小量, 得到^[13]

$$\begin{aligned} \varepsilon^1: \frac{\partial f_i^{eq}}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i^{eq}}{\partial x_\alpha} = -\frac{f_i^{(1)}}{\tau} + F_i \\ \varepsilon^2: \frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial x_\alpha} + \varepsilon \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) \left(\frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial x_\alpha} \right) \\ = -\frac{f_i^{(2)}}{\tau} + \mathcal{G}_i^{(2)} + F_i \end{aligned} \quad (9)$$

方程(10)比方程(9)精度高一阶, 形式也更加复杂些。

如果只考虑一阶近似, 将平衡分布函数(5)代入方程(9), 分别求零次矩和一次矩, 利用质量和动量准则式(4)和(8), 得到宏观的连续方程和动量方程(无粘性)。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial hu_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial hu_\alpha u_\beta}{\partial x_\beta} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{h^2}{6} \right) + hF_{c\alpha} \quad (12)$$

如果要考虑粘性的作用, 则将平衡分布函数(5)代入方程(10), 分别求零次矩和一次矩, 考虑式(4)和(8), 得到的连续方程是相同的, 而动量方程多了一个高阶的粘性修正, 即

$$\frac{\partial hu_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial hu_\alpha u_\beta}{\partial x_\beta} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{h^2}{6} \right) + hF_{c\alpha} + \frac{\partial F_\mu}{\partial x_\alpha} \quad (13)$$

其中, $F_\mu = \frac{\delta t}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \left[\frac{\partial hu_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial hu_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial (h^2/2)}{\partial t} + 3 \frac{\partial hu_\alpha u_\beta}{\partial t} \right]$

这个粘性修正项相当复杂。实际上,原始 Boltzmann 方程比连续介质假设的 Navier-Stokes 方程更能反映气体运动的本质,后者只是它的近似。格子 Boltzmann 方程继承了原始 Boltzmann 方程的基本特征,因而在描述粘性力上也比 Navier-Stokes 方程更加精细一些。通常作理论分析的正压原始方程没有考虑粘性的作用,而实际大气是有耗散的,如果没有外来能量的补充,大气中的动能将在数天之内消耗殆尽。为了检验本模型模拟正压无粘性大气的的能力,不妨把上述粘性力的表达式看作是本文建立的模型与正压原始方程的误差项。可以看到,这一项与无量纲的时间步长($\delta t = \varepsilon \ll 1$)成正比,还与($\tau - \frac{1}{2}$)成正比,这样可以通过调节弛豫时间系数 τ ,使之很接近于 $\frac{1}{2}$,就可以把粘性力变得很小。关于粘性力的影响,在后面的数值试验中还要专门讨论。

注意到上面得到的宏观动力学方程组还是无量纲的,所以形式上与通常的正压原始方程还不一致。

为此,在连续方程两端同时乘上 $\frac{HC}{L}$,而在动量方程两端同时乘上 $\frac{HC}{T}$,考虑 $L = CT$, $C = \sqrt{3gH}$,略去粘性力,可以恢复出正压大气方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial x} + fv \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial y} - fu \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

从上面的分析在理论上证明了文中建立的格子 Boltzmann 模型可以逼近连续形式的正压模式,但是其适用性还须实际数值模拟的检验。

3 数值试验和结果分析

3.1 地转适应问题

地转适应问题是大气动力学中的一个基本问题。对大气动力学方程进行尺度分析,可以得到在大尺度运动中(Rossby 数 $R_0 \ll 1$),气压场和风场之间基本上是维持着准地转的关系,即地转科氏力与气压梯度力大致平衡。这一结论为无数观测事实所证明。但是,地转风关系并没有规定风场和气压场是谁起主导作用。经典的观点^[14]认为是太阳辐射的不均匀造成了气压的不均匀,气压的不均匀成为

大气环流的驱动力,因此是气压场决定风场。这一观点受到 Rossby^[15]和 Obukhov^[16]等的置疑,认为实际上是气压场向风场适应。Obukhov 用线性理论求出了气压场和风场达到地转适应的平衡解,并计算了一个著名的例子,说明确实是风场决定气压场。叶笃正^[17]指出,地转适应与尺度有关,对于较小尺度,气压场向风场适应;而对于较大尺度,则是风场向气压场适应。曾庆存^[18]更进一步证明了这个尺度的分界就是 Rossby 变形半径 L_0 。

由于正压大气方程组是非线性的,难以解析求解,理论上分析地转适应过程时总是先把它线性化,略去非线性的惯性力,这等于假定了惯性力在适应过程中是无关重要的。本文已经建立了一个完整描述正压大气的格子 Boltzmann 模型,正好可以用于模拟适应的全过程,以定量地研究非线性项的影响。

3.2 对 Obukhov 例子的模拟

Obukhov 列举一个 60°N 的反气旋例子,尺度为 500 km,最大风速为 10 m/s,假定初始时刻只有风场而没有气压场,这样气压场与风场之间不是地转适应的,由于重力惯性波的频散而迅速地达到地转适应的状态。适应的结果是:风场变化不到 5%,而气压场的变化达到 8 hPa 以上(以上结果引自文献 [19])。

Obukhov 给出的初始风场是轴对称的:

$$\Psi_0 = A \left[2 + \left(\frac{R}{L_0} \right)^2 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-r/(2R^2)} \quad (15)$$

其中 $L_0 = c_0/f$ 称为 Rossby 变形半径, $c_0 = \sqrt{gH}$ 是重力外波的速度, f 是科氏力参数。Obukhov 取 $H = 8 \text{ km}$,算得 $c_0 = 280 \text{ m/s}$, $L_0 = 2200 \text{ km}$ 。

容易得到相应的初始速度分布为:

$$V_0 = -\frac{d\Psi_0}{dr} = \frac{A}{R} \left(\frac{r}{R} \right) \left[4 + \left(\frac{R}{L_0} \right)^2 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-r/(2R^2)} \quad (16)$$

Obukhov 从正压原始方程出发,略去了非线性的惯性力,得到正压适应方程组,通过寻求定常解而得到适应后的风场和气压场如下:

$$V_1 = \frac{A}{R} \left(\frac{r}{R} \right) \left[4 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-r^2/(2R^2)} \quad (17)$$

$$p' = \rho_0 f A \left[2 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-r^2/(2R^2)} \quad (18)$$

这个结果满足地转风关系,即

$$\left| \frac{dp'}{dr} \right| = \left| \rho_0 f V_1 \right| \quad (19)$$

由于 Obukhov 在整个探讨的过程中,都没有考

虑非线性的惯性力(如离心力)的影响,因而严格来说这个结果不可能精确地满足正压原始方程。可以利用上面给出的风场,来计算一下离心力的相对大小。

离心力与科氏力之比 $\frac{V_1^2/r}{f V_1} = \frac{V_1}{f r}$, 作出这个比值分布如图 2 所示。可以看到,在这个具体例子里,由于尺度不是太大(500 km),离心力并不像想象的那么小,在气压中心附近可以达到科氏力的 30% 左右。因此可以断定这样的气压场与风场肯定是不平衡的,由此算出的气压场的变化在数值上肯定是不精确的。因此可以置疑 Obukhov 断言惯性力几乎不起作用的依据是否充分的问题。在地转适应过程中,非线性项真的可以忽略吗?它是否会改变适应的进程或者对适应过程有着加速或者减缓的效应呢?我们用前面建立的格子模型对同样一个适应问题进行了数值模拟。

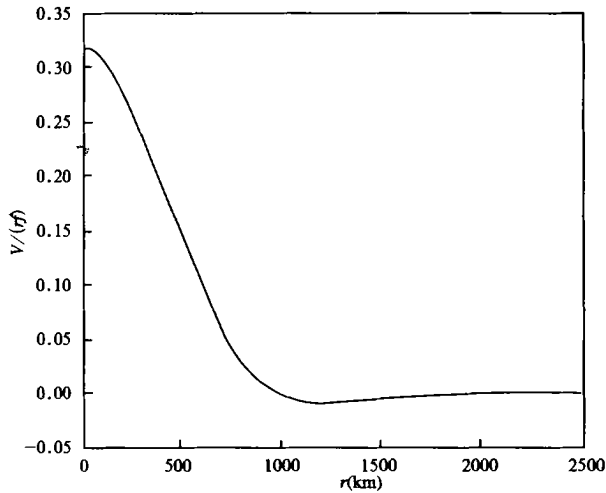


图 2 离心力与科氏力之比
(横坐标是到气压中心的距离,标尺与图 4,5,6 统一)

模拟时采用 Obukhov 给出的数据,在 $60^\circ N$, $f = 1.263 \times 10^{-4} s^{-1}$, $L_0 = 2200$ km, $R = 500$ km, $2A/R = 10$ m/s, $g = 9.81$ m/s², $\rho_0 = 1.29$ kg/m³, $H = 8$ km, 计算网格 200×200 , 弛豫时间系数 $\tau = 0.501$ 。粒子速度 $C = \sqrt{3gH} = 485$ m/s, 再由网格距离 $\Delta x = 50$ km, 可以计算出时间步长 $\Delta t = \Delta x / C = 103 = 0.0286$ h。

从初始场开始模拟了 8 h 的发展过程,中心气压随时间的变化如图 3 所示,可以看到,在 4 h 以后就基本接近定常了。这与 Obukhov 的结论基本一

致。图 4 给出速度场分布,其中虚线为初始分布,实线为最终分布,两者差别很小。最终气压分布如图 5 中实线所示,中心气压变化达到 6 hPa,这与 Obukhov 的结果(如图 5 中虚线所示)相差 28%。Obukhov 线性理论的结果是完全的地转风,仅考虑气压梯度力和科氏力相平衡。而本文结果从图 6 中可以看出,由气压中心往外,科氏力大于气压梯度力,它们的差额由离心力来平衡,到 1000 km 左右时,3 条曲线同时为零(这一点处风速为零,气压也达到极小值),相交于一点,此后离心力就几乎为零,剩下科氏力和气压梯度力二力平衡。这一变化趋势与图 5 是完全吻合的,在图 5 中,本文结果和

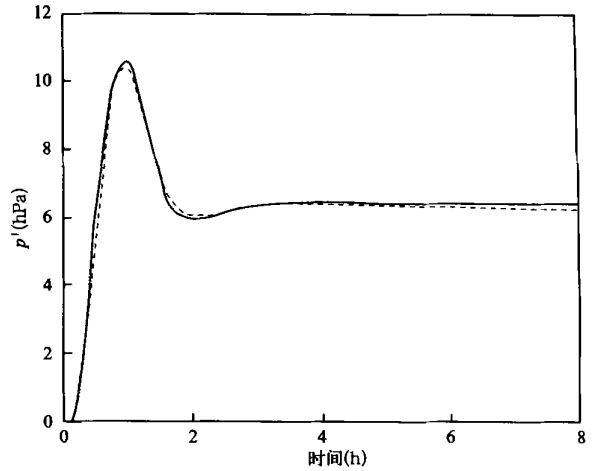


图 3 中心气压值演变图
(实线: $\tau = 0.501$, 虚线: $\tau = 0.51$)

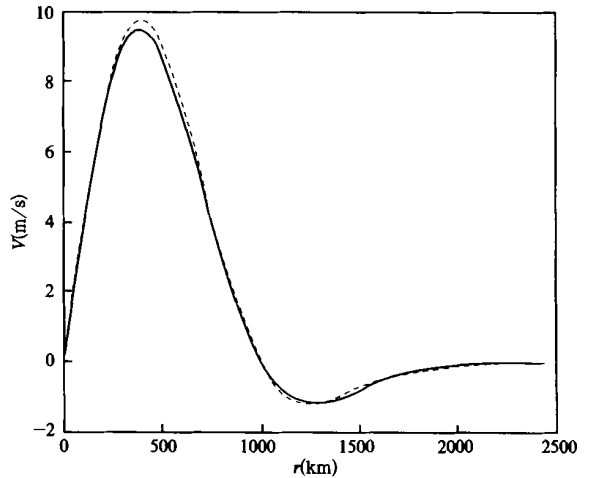


图 4 风速在调整前后的变化
(虚线: 初始风速, 实线: 最终风速)

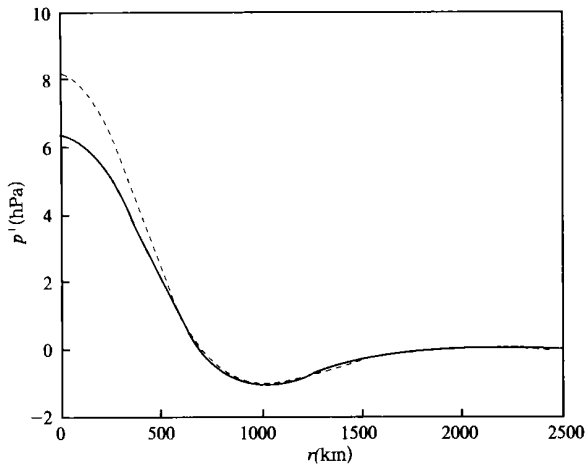


图 5 平衡时气压场的变化量
(实线: 本文结果, 虚线: Obukhov 的结果)

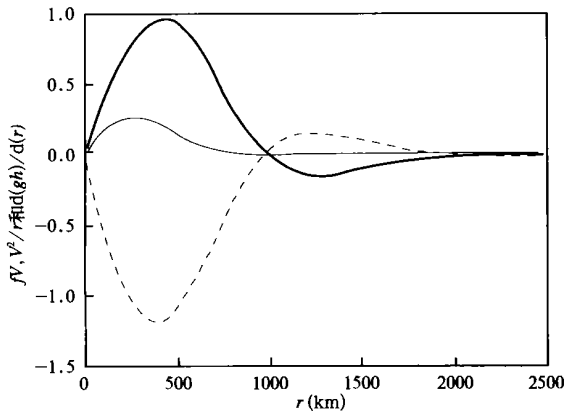


图 6 科氏力, 离心力与气压梯度力的平衡
(虚线: 科氏力, 细实线: 离心力, 粗实线: 气压梯度力, m/s^2)

Obukhov 的结果在距离气压中心较近时有较大差别, 但是到了 1000 km 以外就基本重合, 说明在 1000 km 以外的区域几乎是地转风。本模型是从原始的正压大气方程出发的, 描述的是科氏力、气压梯度力和离心力三者的平衡, 从而完整地模拟了正压适应的过程, 得到了更加合理的结果。数值试验的成功, 证明了本文建立的格子 Boltzmann 模型确实可以精细地模拟大气中的大尺度快变过程, 这是准地转滤波模式力所不能及的^[20]。

本格子模型是有粘性耗散的, 因此有必要研究耗散作用对于地转适应过程中能有多大影响。将弛豫时间系数由 $\tau = 0.501$ 调整到 $\tau = 0.51$, 由于粘性系数正比于 $(\tau - \frac{1}{2})$, 这样相当于把粘性力增大了 10 倍, 模拟结果如图 5 中虚线所示, 两条曲线非常接近。这也表明了粘性在地转适应这样快的过程中基本上是不起作用的。地转适应主要是归结于重力

惯性波的频散机制, 而不是粘性耗散机制的功劳。

上面的模拟结果表明, Obukhov 在这样尺度不太大的系统中, 应用线性理论, 忽略非线性项, 只能得到定性上正确的结论, 定量结果是不准确的。和本文结果相比, 中心气压变化值大了 28%, 这个误差是由于没有考虑离心力所造成的。

3.3 对更大尺度地转风的模拟

为验证更大尺度的适应理论, 本文模拟了一个只有初始气压场面而没有初始风场的例子。设初始存在由南向北的气压力梯度, 总的气压差为 20 hPa, 南北尺度为 1500 km, 东西方向尺度很大, 为 10000 km, 由于初始非地转的范围很大, 远远超过了 Rossby 变形半径, 因而应该是风场向气压场相适应。数值试验的结果很好地验证了这一推断。从图 7 中可以看到, 最终地转平衡的气压与初始气压的差别很小; 图 8 是风矢量图, 显示出风速基本上就是

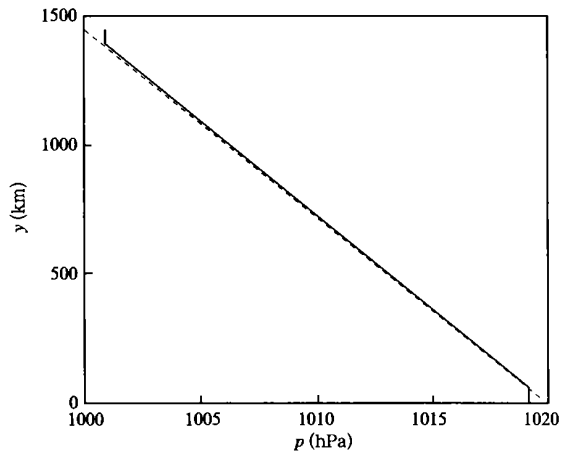


图 7 气压的南北分布
(虚线: 初始气压分布, 实线: 最终气压分布)

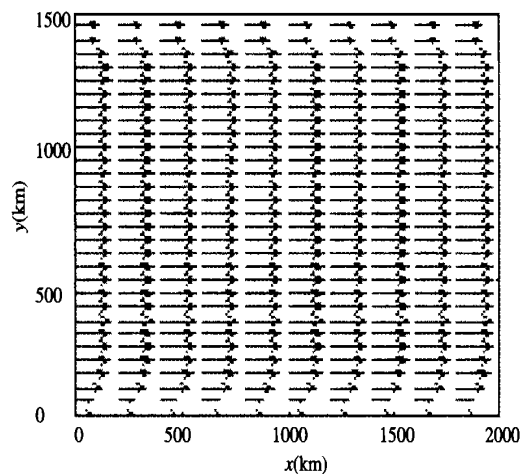


图 8 风矢量图(部分)

沿着东西方向即等压线的方向,中心风速可达 8.67 m/s^1 ,而且分布比较均匀,这是与气压的近乎线性分布相一致的。由于等压线几乎是直线,离心力可以忽略不计,这样得到的是标准的地转风了。

4 结论和展望

本文建立了一个模型正压大气的格子模型,经过 Chapman-Enskog 展开,证明它可以逼近无粘性的正压大气方程组,差别只在于一个高阶的粘性项。用该模型成功地模拟了两个不同尺度的正压适应过程,与 Obukhov 的线性理论解进行了比较,结果表明本模型具有良好的稳定性和精度,可以正确地模拟出反气旋中梯度风平衡的机制。本文的结果验证了正压适应理论的重要结论:即尺度小于 Rossby 变形半径时,气压场向风场适应;而尺度大于 Rossby 变形半径时,风场向气压场适应。本文对适应过程的精细模拟也证实了地转适应过程确实是一个很快的过程,是重力惯性波而不是粘性起主要作用。

本文的格子是二维的,只能模拟正压大气,要模拟斜压大气,需应用三维和多层的模型。由于 Boltzmann 方法在模拟多相流动中显示出独特的优势,用以发展海洋-大气耦合模型,模拟海气界面上的复杂交换过程,也是一种很有潜力的方法。

在空气污染方面,该方法的潜在应用价值也相当大。污染的大气不是单纯的气体,有液体和固体的颗粒物,形成复杂的大气气溶胶,气流和这些非气态的粒子间的相互作用尚很难处理,传统的把空气中悬浮颗粒物看作示踪粒子的方法对于较大的颗粒

物是不正确的。而格子 Boltzmann 方法在处理这样细致的相互作用方面则大有可为。

对于全球尺度的大气运动的计算,通常要采用球面坐标,球面坐标的一个突出的缺点是网格的非均匀性,越接近两极,网格越小,到了两极处还出现了“奇点”现象。当然这个所谓奇点完全是由于采用球面坐标造成的。实际在两极除了地转强,气温低,并不存在物理上的任何奇点。由于球面具有极好的对称性,不应该存在几何上占优势的坐标系。格子 Boltzmann 方法本质上是一种离散方法,网格均匀,对称性好,如果设计出完整覆盖球面的正六边形网格,在上面应用格子 Boltzmann 方法来构建大气动力学模式,那将不会遇到“奇点”的困难。当然,这样做是不是会带来其它的问题?还需要数值试验的检验。

如果用格子 Boltzmann 方法建立了大气动力学模式,那么,它的天然优势将充分发挥出来:由于该模型是完全显式的,粒子间的作用是局部的,因而具有极佳的并行计算性能。计算地球流体力学属于超大规模计算的范畴,需要用大型的并行计算机^[21]才能有效地处理。一种格式是不是适合于这样的计算,一个重要指标是它的并行计算性能如何。在这一点上格子 Boltzmann 方法是非常胜任的。模型中各个方向粒子运动方程形式上是相似的,具有对称性,编程自然变得整齐规范,可读性强,对于程序的调试,修改和移植带来很多便利,而且各个方向的迁移过程都是线性的,对于伴随模式的构建,也可能带来方便。

参考文献

- 1 Frisch U, Hasslacher B, Pomeau Y. Lattice-gase automata for the Navier-Stokes equation. *Phys Rev Lett*, 1986, 56: 1505~ 1508
- 2 应纯同. 气体输运理论及应用. 北京:清华大学出版社, 1990. 392pp
- 3 吴其芬,陈伟芳. 高温稀薄气体热化学非平衡流动的 DSM-C 方法. 长沙:国防科技大学出版社, 1999. 11~ 16
- 4 Chapman S, Cowling T G. *The Mathematical Theory of Non-uniform Gases*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1970. 488pp
- 5 Bhatnager P L, Gross E P, Krook M. A model for collision processes in gases. I: Small amplitude processes in charged and neutral one component system. *Phys Rev*, 1954, 94: 511~ 524
- 6 李元香. 模拟流体力学的离散运动论模型. *数值计算与计算机应用*, 1995, 16(3): 233~ 240
- 7 Xiaowen Shan. Simulation of Rayleigh-Bernard convection using a lattice Boltzmann method. *Phys Rev E*, 1997, 55: 2780~ 2788
- 8 Shiyi Chen, Gary D. Doolen. Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annu Rev Fluid Mech*. 1998, 30: 329~ 364
- 9 Robert A. A semi-Lagrangian and semi-implicit numerical integration scheme for the primitive meteorological equations. *J Meteor Soc Japan*, 1982, 60(1): 319~ 325
- 10 陈泽宇,胡隐樵,言穆弘等. 半拉格朗日、半隐式欧拉方程组大气数值模式研究. *大气科学*, 2000, 24(6): 804~ 820
- 11 王军,陈嘉滨. 完全非内插半拉格朗日格式在一维 Burgers 方程及二维浅水波方程上的应用. *大气科学*, 2000, 24(4): 493~ 508
- 12 叶笃正,李崇银,王必魁. *动力气象学*. 北京:科学出版社, 1988, 110~ 111

- 13 Feng S D, Mao J Y, Zhang Q. Lattice Boltzmann equation model in the coriolis field. *Chinese Physics*, 2001, 10(12): 1103~ 1109
- 14 叶笃正, 巢纪平. 论大气运动的多时态特征——适应、发展和准定常演变. *大气科学*, 1998, 22(4): 385~ 398
- 15 Rossby C G. On the adjustment of pressure and velocity distribution in certain simple current systems. *J Marine Res*, 1938, 1(3): 239~ 263
- 16 A M 奥布霍夫等. 巢纪平, 罗四维译, 顾震潮校. 大气中的适应过程. 北京: 科学出版社, 1956. 3~ 36
- 17 Yeh T C. On the formation of quasi-geostrophic motion in the atmosphere. *J Meteor Soc Japan*, 1957, The 75th Anniversary Volume, 130~ 137
- 18 曾庆存. 扰动特性对大气适应过程的影响和测风资料的使用问题. *气象学报*, 1963, 33(1): 37~ 50
- 19 吕美仲, 彭永清. 动力气象学教程. 北京: 气象出版社, 1990. 320~ 324
- 20 廖洞贤, 王两铭. 数值天气预报原理及其应用. 北京: 气象出版社, 1986. 91~ 92
- 21 金之雁, 王鼎兴. 一种适用于有限差分模式的负载平衡区域分解方法. *气象学报*, 2002, 60(2): 188~ 193

A PRELIMINARY STUDY ON THE CONSTRUCTION OF ATMOSPHERIC DYNAMIC MODELS WITH LATTICE BOLTZMANN METHOD

Liu Feng Hu Fei

(LAPC, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Abstract

Lattice Boltzmann Method is a recently developed discrete dynamic modeling method, which uses simple movement of particles and collision regulation to simulate complex behaviors of nonlinear systems and has been applied in many fields of computational fluid dynamics. Owing to its Lagrangian nature and the basic physical features inherited from the Boltzmann equation, this method has many advantages such as high precision, clear physical pictures and easy implementation of microscopic mechanism.

A lattice Boltzmann model is constructed in this paper. Through the Chapman–Enskog expansion, a set of equations are derived which can describe the full dynamics of barotropic atmosphere. The process of the geostrophic adjustment of largescale barotropic motion is simulated successfully, and the classical example of Obukhov is tested numerically. It turns out that Obukhov's results only showed the balance between the Coriolis force and the pressure gradient force, and the model presented in this paper can describe the full balance between the Coriolis force, the centrifugal force and the pressure gradient force. The variation of pressure calculated is 28% lower than Obukhov's result, which shows that the linear theory is quantitatively incorrect. It turns out that the effect of viscosity can be neglected in the process of the geostrophic adjustment. An example of larger scale is simulated to verify the theoretical conclusion that the adjustment between the pressure field and the wind field is determined by the scale considered.

Numerical experiments showed that the lattice Boltzmann method is valid to simulate the atmosphere motion. This method is easy for programming, naturally parallel, and has good prospects in the massive multi-phase simulation of atmosphere and ocean.

Key words: Lattice Boltzmann method, Atmospheric dynamics model, Geostrophic adjustment, Chapman–Enskog expansion.