

土壤热传导方程解析解和那曲地区 土壤热扩散率研究*

高志球 卞林根 张雅斌 王金星

(中国气象科学研究院 北京, 100081)

姜冬梅

(山东省淄博气象局, 淄博, 255048)

摘要

文中用 Laplace 变换推导了土壤热传导方程的解析解和包含热对流项的土壤热传导方程的解析解。用青藏高原 8 个土壤湿度、温度廓线观测站 1998 年 9 月 4 日到 10 日实测资料基础上, 根据谐波方法和 Laplace 变换方法得到了土壤热传导方程的解析解, 计算了这些站的总体土壤热扩散率; 用包含热对流项的土壤热传导方程的解析解计算了土壤热扩散率。结果表明: 对于一个深度从 0.04~0.20 m 的浅薄土壤层, 总体土壤热扩散率的值为 $0.30 \times 10^{-6} \sim 0.98 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, 土壤热扩散率的值为 $0.15 \times 10^{-6} \sim 0.72 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 。由谐波方法得到的总体土壤热扩散率比由 Laplace 变换的值稍大; 总体土壤热扩散率总是比土壤热扩散率大。

关键词: 热传导方程, 解析解, 土壤温度廓线, 土壤热扩散率。

1 引言

青藏高原在亚洲季风中扮演了重要角色^[1, 2], 青藏高原的热动力作用是由高原表面地-气相互作用决定的。详细分析有关物理过程(如辐射收支、感热和潜热输送等)、深入研究有关的物理参数(空气动力粗糙度、土壤热传导率、土壤热扩散率等)有利于更好地分析能量分配^[3, 4], 从而为利用一维、中尺度或大尺度模式模拟地-气相互作用、中尺度、大尺度天气过程提供这个特殊地区的参数化方案^[5]。为了更深入地了解青藏高原的能量和水循环, 多点测量高原上的土壤温度和湿度廓线是重要的。作为全球能量和水循环试验 GEWEX(Global Energy and Water Cycle Experiment)亚洲季风试验的一部分, 从 1997 年开始至今, 土壤温度和湿度的测量在青藏高原中部的 9 个观测点上同时进行, 其目的是观察土壤温度和湿度的变化规律。另外, 对那曲观测站资料初步分析研究表明: 总体能量不平衡^[6~8], 即 20% 的净辐射无法用能量平衡方程说明, 用模式或观测数据分析地球表面的能量平衡都需要正确估计土壤的

热通量和土壤表面的温度, 这些都迫切需要深入认识土壤的热性质, 如热传导率、总体热扩散率以及体积热容量等, 土壤的体积热容量由土壤的成分决定^[9], 热传导率和总体热扩散率通过体积热容量联系在一起, 所以仅需要确定其中一个。通常情况下, 只研究总体热扩散率, 因为它描述热传导随温度边界条件的瞬时过程。事实上, 土壤的热传输包含了传导过程和多孔的对流过程^[10]。研究人员都将土壤热传导视为一个包含对流的总体过程, 常常见到确定总体土壤热扩散率或总体土壤热传导率的有关论文, 其中一些包含了 Vries^[11] 的理论模式或 Johansen^[12] 的半经验模式。其中绝大多数都是视土壤为常热扩散率的半无界媒体, 由一维热传导的解析解导出^[13]。因而这些方法可应用于均一的土壤。Horton 等^[13] 考证了其中几个基于热传导方程的模式, 认为上边界的温度可由正弦函数或一个 Fourier 级数描述, 他们进而认为谐波方法(HM)比其他方法更加可信。这些方法运用的解析解并不需要知道初始温度分布廓线, 这是由于谐波方法所要求的假设并非总是满足, 尤其是短期内发生气候变化的区域,

* 来稿时间: 2000 年 10 月 28 日; 修改时间: 2001 年 3 月 26 日

资助课题: 国家自然科学基金 2002 年预研项目、中国气象科学研究所博士后启动资金和国家攀登 B 项目“青藏高原地-气系统物理过程的观测和理论研究”。

例如冷锋过境的地方。其他学者的方法都是基于 Laplace 变换(LTM), 这些方法需要常值的初始温度分布廓线^[14, 15]。Passerat^[10] 总结并用 HAPEX-Sahel 试验验证了这些方法。所以, 可以推论: 将谐波方法(HM) 或 Laplace 变换方法(LTM) 结合测量得到的土壤温度廓线资料, 由最小二乘法可以得到土壤的总体土壤热扩散率, 但是无法求取土壤热扩散率, 文中将推导一个计算土壤热扩散率的独立公式。

迄今, 由于缺乏精确的资料, 很少研究青藏高原的土壤热性质, 所以, 文中除了推导土壤热传导方程的解析解, 包含热对流项的土壤热传导方程的解析解之外, 还将这些应用到 GAME/Tibet 的 8 个设置了土壤湿度、温度测量系统(SMTMS) 的观测站, 得到了那里的总体土壤热扩散率和土壤热扩散率。

2 理论分析

由于分子传导是主要的传输过程, 地表以下的任一土壤层的热通量 Q_g 可以用均一介质中热传输的 Fourier 定律描述, 即热通量决定于土壤温度梯度:

$$Q_g = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1)$$

这里 λ 是土壤的热传导率, T 是土壤绝对温度, z 为土壤中垂直坐标(向下为正)。对于一个厚度为 Δz 的薄层而言, 忽略土壤中水平热传导, 即假设没有其他的热源和热汇, 根据热力学第二定律可以得到一个简单的预报方程:

$$C_g \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial Q_g}{\partial z} \quad (2)$$

式(2)的左边是单位体积内能量随时间的改变, 右边是能量的净输入, C_g 定义为土壤体积热容量, $C_g = \bar{\rho} \bar{c}$, $\bar{\rho}$ 为土壤密度, \bar{c} 是土壤比热, t 为时间。

假设研究的土壤有这样的特性: (1) 各向同性、均一; (2) 土壤水含量不随土壤深度变化, 或者其变化对 C_g 和 λ 的影响可以忽略不计, 即垂直方向上土壤的热性质是均一的。假设能量交换仅仅发生在垂直方向上, 式(2)则被简化为固体内的热传导方程, 即:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (3)$$

因为土壤热传输是一个包含热传导和多孔热对流的

复杂过程, 式(3) 将土壤热扩散过程视为一个总体过程^[10], 这个总体过程同化了多孔热对流过程, 为了推导方便起见, 同时能够和下文单独考虑热对流过程的热扩散方程中热扩散率区别开来, 这里用 α^2 表示 λ/C_g , 即总体土壤热扩散率。

2.1 土壤热传导方程的解析解

设初始条件为: $T(z) |_{t=0} = T_0 - \gamma z, z \geq 0$, 这里 T_0 是土壤表面平均绝对温度, γ 是土壤温度随土壤深度的递减率, $\gamma = (\sum_{i=1}^n T_{0i} - \sum_{i=1}^n T_i) / z$, i 是观测点个数, z 是土壤的深度。Garratt^[16] 假设土壤平均温度是不变的, 等于深土温度, 从而给出了几层土壤温度理想的日变化, 即 $\gamma = 0.0$, 然而, 从图 1 中可以看出土壤的平均温度随深度增加而减少。

Hillel^[17] 视地表日强迫为一个纯正弦函数, 即上边界条件为: $T(t) |_{z=0} = T_0 + A \sin(\omega t), t > 0$, 这里 A 是振幅, ω 是地球自转的角速度: $\omega = 2\pi/P = 7.292 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$, P 是地表温度谐波周期($P = 24 \text{ h}$)。因为地表强迫不是一个真正的正弦函数, 所以假设上边界条件是一个 Fourier 级数: $T(t) |_{z=0} = T_0 + \sum_{i=1}^n A_i \sin(i\omega t + \varphi_i), t > 0$, 这里 A_i 是振幅, i 是波数, φ_i 是谐波 i 的初相位, 该式说明地表温度包含两个部分: 常数 T_0 和 n 个正弦波, 这些正弦波的周期分别为 $P, P/2, P/n$, 对应的振幅分别是 A_1, A_2, A_n , 初始相位分别是 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_n$, 假设 1 m 深度以下的土壤温度为常数, 用分离变量法解式(3) 得到:

$$T(z, t) = T_0 - \gamma z + \sum_{i=1}^n A_i e^{-B_i z} \sin(i\omega t + \varphi_i - B_i z) \quad (4)$$

这里, $B_i = \sqrt{i\omega/2/\alpha}$ 对应于周期为 P/i 的信号的传播深度^[9]。式(3) 是土壤温度变化的一级近似模式, 其中认为 $T_0 - \gamma z$ 是深度 z 处的平均土壤温度。式(3) 意味着随着深度的增加, 土壤温度也包括两部分: (1) 平均土壤温度随深度的增加均匀地减小, 即 $T_0 - \gamma z$; (2) 表面的正弦波将向下传递, 其振幅呈指数衰减 $A_i e^{-B_i z}$, 且初始相位向后延迟 $B_i z$, 同时当 z 很大时, $e^{-B_i z}$ 将变得很小以致于正弦波可以忽略, 从而使温度的等值线成为一组平行于 $z = \text{常数}$ 的线。而 z 很小时, γ 的影响很小, $-B_i z$ 也是。另外, 假设 A_i 是个常数且 $\varphi_0 = 0$, 正弦波将重叠, 这样

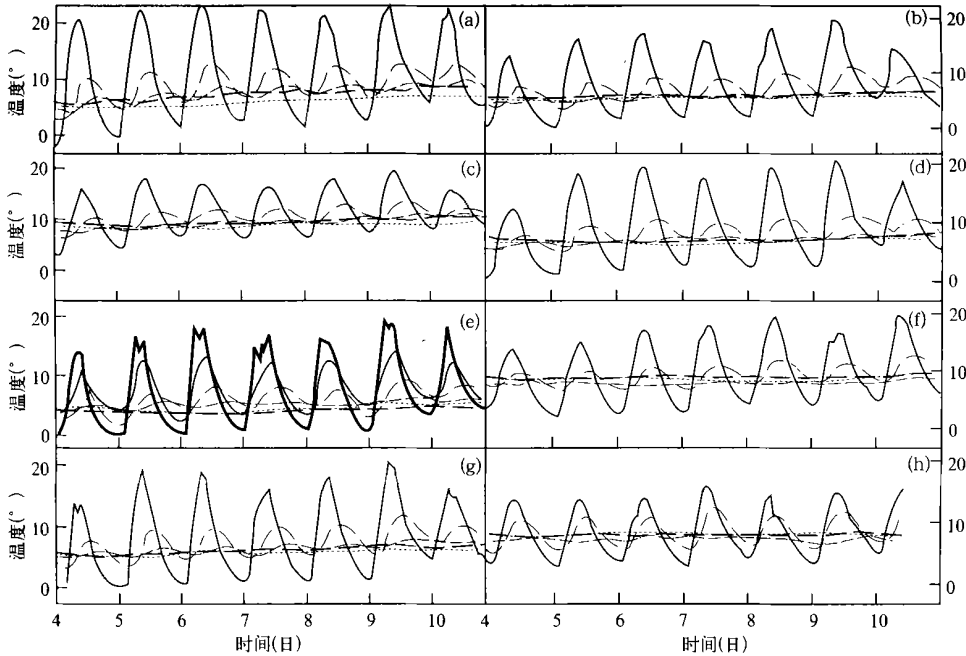


图1 1998年9月4~10日 GAME/Tibet 中8个 SMTMS

观测站5个不同深度的实测温度

(粗实线:地表,粗虚线:0.60 m,细虚线:0.20 m,细实线:0.04 m,点线:0.80 m,点划线:
- 0.40 m; a. D66, b. Noda, c. 沱沱河, d. 安多, e. D110, f. MS3608, g. Wadd, h. MS3637)

结合式(4)、实测土壤的温度梯度和最小二乘法,就可以估计总体土壤热扩散率 α^2 , 为方便起见,也将这种方法称为谐波方法。

2.2 由 Laplace 变换求土壤热传导方程的解析解

假设地表以下的土壤温度是连续变化的,式(3)

可以由 Laplace 变换求解:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} & (t > 0, z > 0) \\ T = T_0 - \varphi & (t = 0, z \geq 0) \\ T = T_0 + A \sin \omega t & (t \geq 0, z = 0) \end{cases} \quad (5)$$

令 $T(t, z) = T^*(t, z) + (T_0 - \varphi)$

得到 $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T^*}{\partial t}$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2}$$

即 $\frac{\partial T^*}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} \quad (t > 0, z > 0) \quad (6)$

$$\begin{cases} T^* |_{t=0} = 0 & (z \geq 0) \end{cases} \quad (7-1)$$

$$\begin{cases} T^* |_{z=0} = A \sin \omega t & (t \geq 0) \end{cases} \quad (7-2)$$

显然, $T^* |_{z \rightarrow \infty}$ 是一个有限函数。

对 $T^*(t, z)$ 作关于 t 的 Laplace 变换, 设

$\mathcal{L}[T^*(t, z)] = \bar{T}(p, z)$, 其中 p 是 Laplace 变换因

子, 由式(6)~(7)和 Laplace 变换的特性, 可得到

$$p \bar{T} = \alpha^2 \frac{d^2 \bar{T}}{dz^2} \quad (8)$$

由式(7-2)得到

$$\bar{T} |_{z=0} = A \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \quad (9)$$

可以推知, $\bar{T} |_{z \rightarrow \infty}$ 也是有限的。

至此, 已经将偏微分方程(5) 变换为一个平常的形式(8), 其通解为: $\bar{T} = c_1 e^{\frac{\sqrt{p}}{\alpha} z} + c_2 e^{-\frac{\sqrt{p}}{\alpha} z}$, 因为 $\bar{T} |_{z \rightarrow \infty}$ 是有限的, 所以 $c_1 = 0$ 。因为 $\bar{T} |_{z=0} = A \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$, 得到

$$c_2 = A \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}, \text{ 从而有}$$

$$\bar{T}(p, z) = \frac{A \omega}{p^2 + \omega^2} e^{-\frac{\sqrt{p}}{\alpha} z} \quad (10)$$

对式(10) 进行 Laplace 逆变换, 得到:

$$\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{A \omega}{p^2 + \omega^2} \right] = A \sin \omega t$$

由 Laplace 变换的性质, 得到:

$$\mathcal{L}^{-1} [e^{-\frac{\sqrt{p}}{\alpha} z}] = \mathcal{L}^{-1} \left[p \cdot \frac{1}{p} e^{-\frac{\sqrt{p}}{\alpha} z} \right] =$$

$$\frac{d}{dt} \left(\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{p} e^{-\frac{\sqrt{p}}{\alpha} z} \right] \right) =$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{z}{2\alpha\sqrt{\pi t}}}^{\infty} e^{-y^2} dy \right) = \frac{z}{2\alpha\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{z^2}{4\alpha^2 t}}$$

$$T^*(t, z) = \mathcal{L}^{-1}[\bar{T}(p, z)] = \frac{z}{2\alpha\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{A \sin \omega\tau}{\tau^{3/2}} e^{-\frac{z^2}{4\alpha^2 \tau}} d\tau$$

或者用下列形式表示:

$$\mathcal{L}^{-1}[e^{-\frac{z^2}{4\alpha^2 t}}] = \frac{z}{2\alpha\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{A}{\tau^{3/2}} e^{-\frac{z^2}{4\alpha^2 \tau}} \sin \omega(t - \tau) d\tau$$

这样, $T(t, z) = T_0 - \gamma z + \frac{z}{2\alpha\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{A}{\tau^{3/2}} e^{-\frac{z^2}{4\alpha^2 \tau}} \sin \omega(t - \tau) d\tau$ (11)

如果 $T|_{z=0} = T_0 + \sum_{i=1}^n A_i \sin \omega_i t$
 那么 $T(t, z) = T_0 - \gamma z + \frac{z}{2\alpha\sqrt{\pi}} \int_0^t \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{\tau^{3/2}} e^{-\frac{z^2}{4\alpha^2 \tau}} \sin \omega_i(t - \tau) d\tau$ (12)

式(11) 或(12) 适合于上边界条件为正弦函数的半无界介质。

如果将上边界条件 $T(0, t) = T_0 + A \sin \omega t$ 用 $T(0, t) = \Phi(t)$ 代替, 因为不得不考虑表面温度突变的情况, 这样式(11) 或(12) 就演变为下列形式:

$$T(t, z) = T_0 - \gamma z + \frac{z}{2\alpha\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\Phi(\tau)}{\tau^{3/2}} e^{-\frac{z^2}{4\alpha^2 \tau}} d\tau$$
 (13)

需要指出, 雨后的土壤湿度增加会改变土壤热扩散率。与谐波方法相同, 总体土壤热扩散率 α^2 可以由拟合计算得到的土壤温度 $T(z, t)$ 和实际测量得到的土壤温度, 结合最小二乘法得到。参照文献 [10], 称这种方法为 Laplace 变换方法(简称 LTM 方法)。

2.3 包含热对流项的土壤热传导方程的解析解 考虑热传导和热对流, 式(3) 可以改写为^[18]

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + W \frac{\partial T}{\partial z} & (t > 0, z > 0) \\ T = T_0 - \gamma z & (t = 0, z \geq 0) \\ T = T_0 + A \sin \omega t & (t \geq 0, z = 0) \end{cases}$$
 (14)

其中 k 是土壤的热扩散率, 它和前面提到的总体土壤热扩散率 α^2 不同之处在于: α^2 同化了对流的作用^[10], 而这里的 k 纯粹是土壤的热扩散率, 而土壤中的对流过程则由 $W \frac{\partial T}{\partial z}$ 独立表示出来^[18]。 W 通

常认为是对流速度, 设 $T = T^* + T_0 - \gamma z - \gamma Wt$, 分别对 t 和 z 求微商, 得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial T^*}{\partial t} - \gamma W \\ \frac{\partial T}{\partial z} &= \frac{\partial T^*}{\partial z} - \gamma \\ \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} \end{aligned}$$

这样

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} - \gamma W = k \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} + W \left(\frac{\partial T^*}{\partial z} - \gamma \right)$$

即,
$$\begin{cases} \frac{\partial T^*}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} + W \frac{\partial T^*}{\partial z} \\ T^* = 0 \\ T^* = A \sin \omega t + \gamma Wt \end{cases} \quad \begin{matrix} (t = 0) \\ (z = 0) \end{matrix}$$
 (15)

对 $\frac{\partial T^*}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} + W \frac{\partial T^*}{\partial z}$

设 $T^{**} = T^* \cdot e^{\frac{W}{2k}z + \frac{W^2}{4k}t}$

则 $\frac{\partial T^{**}}{\partial t} = \left(\frac{\partial T^*}{\partial t} + \frac{W^2}{4k} T^* \right) e^{\frac{W}{2k}z + \frac{W^2}{4k}t}$

$$\frac{\partial T^{**}}{\partial z} = \left(\frac{\partial T^*}{\partial z} + \frac{W}{2k} T^* \right) e^{\frac{W}{2k}z + \frac{W^2}{4k}t}$$

$$\frac{\partial^2 T^{**}}{\partial z^2} = \left[\left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} + \frac{W}{2k} \frac{\partial T^*}{\partial z} + \frac{W}{2k} \left(\frac{\partial T^*}{\partial z} + \frac{W}{2k} T^* \right) \right) e^{\frac{W}{2k}z + \frac{W^2}{4k}t} \right]$$

$$\left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} + \frac{W}{k} \frac{\partial T^*}{\partial z} + \frac{W^2}{4k^2} T^* \right) e^{\frac{W}{2k}z + \frac{W^2}{4k}t}$$

从而得到 $\frac{\partial T^{**}}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T^{**}}{\partial z^2}$

接着, 得到一个定解问题:

$$\begin{cases} \frac{\partial T^{**}}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T^{**}}{\partial z^2} \\ T^{**} = 0 \\ T^{**} = (A \sin \omega t + \gamma Wt) e^{\frac{W}{2k}z} \end{cases} \quad \begin{matrix} (t = 0) \\ (z = 0) \end{matrix}$$
 (16)

对 T^{**} 作 Laplace 变换, 设 $\bar{T} = \mathcal{L}[T^{**}]$, 则: $p \bar{T} = k \frac{d^2 \bar{T}}{dz^2}$, 当 $z = 0$ 时, $\bar{T} = \mathcal{L}[(A \sin \omega t + \gamma Wt) e^{\frac{W}{2k}z}]$, 设

$T^*|_{z \rightarrow \infty}$ 是有限的。得到: $\frac{d^2 \bar{T}}{dz^2} - \frac{p}{k} \bar{T} = 0$, 则解 $\bar{T} =$

$c_1 e^{\sqrt{\frac{p}{k}}z} + c_2 e^{-\sqrt{\frac{p}{k}}z}$ 中必有 $c_1 = 0$, 类似于上面的推导, 得到 $c_2 = \mathcal{L}[(A \sin \omega t + \gamma Wt) e^{\frac{W}{2k}z}]$, 结果是 $\bar{T} = \mathcal{L}[(A \sin \omega t + \gamma Wt) e^{\frac{W}{2k}z}] \cdot e^{-z \sqrt{\frac{p}{k}}}$, 由 Laplace 逆变换得到:

$$T^{*} = (A \sin \omega t + \gamma W t e^{\frac{W^2}{4k} t} \cdot \xi^{-1} [e^{-z \sqrt{\frac{k}{\pi t}}}] =$$

$$(A \sin \omega t + \gamma W t e^{\frac{W^2}{4k} t} \cdot \frac{z}{2 \sqrt{k \pi t}} e^{-\frac{z^2}{4k t}} =$$

$$\frac{z}{2 \sqrt{k \pi}} \int_0^t \frac{(A \sin \omega \tau + \gamma W \tau e^{\frac{W^2}{4k} \tau} \cdot e^{-\frac{z^2}{4k(t-\tau)}} d\tau$$

$$T^* = \frac{z e^{-\frac{W}{2k} - \frac{W^2}{4k} t}}{2 \sqrt{k \pi}} \int_0^t \frac{(A \sin \omega \tau + \gamma W \tau e^{\frac{W^2}{4k} \tau} e^{-\frac{z^2}{4k(t-\tau)}} d\tau$$

$$T = T_0 - \xi - \gamma W t + T^* \tag{17}$$

所以式(14)的解析解有下列形式

$$T(z, t) = T_0 - \xi + A \exp \left[\left(-\frac{W}{2k} - \frac{\sqrt{2}}{4k} \sqrt{W^2 + \sqrt{W^4 + 16k^2 \omega^2}} z \right) \cdot \sin \left[\omega t - z \frac{\sqrt{2} \omega}{\sqrt{W^2 + \sqrt{W^4 + 16k^2 \omega^2}}} \right] \right] \tag{18}$$

土壤热扩散率 k 和对流速度 W 可以由测量的两层土壤温度得到, 假设它们的深度分别是 z_1 和 z_2 , 则公式为:

$$\begin{cases} k = [(z_1 - z_2)^2 \omega \ln(A_2/A_1)] / \left\{ (\Phi_2 - \Phi_1) [(\Phi_2 - \Phi_1)^2 + (\ln(A_2/A_1))^2] \right\} \\ W = \frac{\omega(z_2 - z_1)}{\Phi_2 - \Phi_1} \cdot \left[1 - \frac{2 \ln(A_2/A_1)}{(\Phi_2 - \Phi_1)^2 + (\ln(A_2/A_1))^2} \right] \end{cases} \tag{19}$$

其中 $A_1(A_2$ 和 $\Phi_1(\Phi_2$ 分别是深度为 $z_1(z_2$ 处土壤温度的振幅和相位^[18]。

3 观测场地和数据获取

如图 2 所示的 9 个土壤湿度和温度测量系统 (SMTMS) 自从 1997 年就安装在南北剖面上, 至今一直在运行。这些观测站位于 GAME/Tibet 试验区的中心地带(图 3)。表 1 给出了 8 个观测站的地理位置。除了 WADD 和 Noda 观测站以外, 其余都标在图 3 上。从图 3 可以发现 MS3478 站也安装了 SMTMS, 但是由于仪器故障没有资料。所以文中仅仅研究表 1 中给出的 8 个观测站的问题。

表 1 GAME/Tibet 中 SMTMS 观测站的地理位置

站名	纬度(N)	经度(E)
D66	35°31'39"	93°47'07"
沱沱河	34°13'00"	92°26'27"
D110	32°41'48"	91°52'56"
WAdd	32°33'02"	91°49'27"
Noda	32°27'59"	91°48'04"
安多	32°14'46"	91°37'50"
MS3608	31°13'59"	91°47'00"
MS3637	31°01'04"	91°39'42"

8 个站的地表相似, 都由稀疏的短草覆盖, 9 月上旬叶面积指数小于 0.5。植被的高度大约为 0.03 m, 植被覆盖度近似为 0.3。推测土壤的类型是含有一些小石块的沙炭粘土。图 2 表明, SMTMS

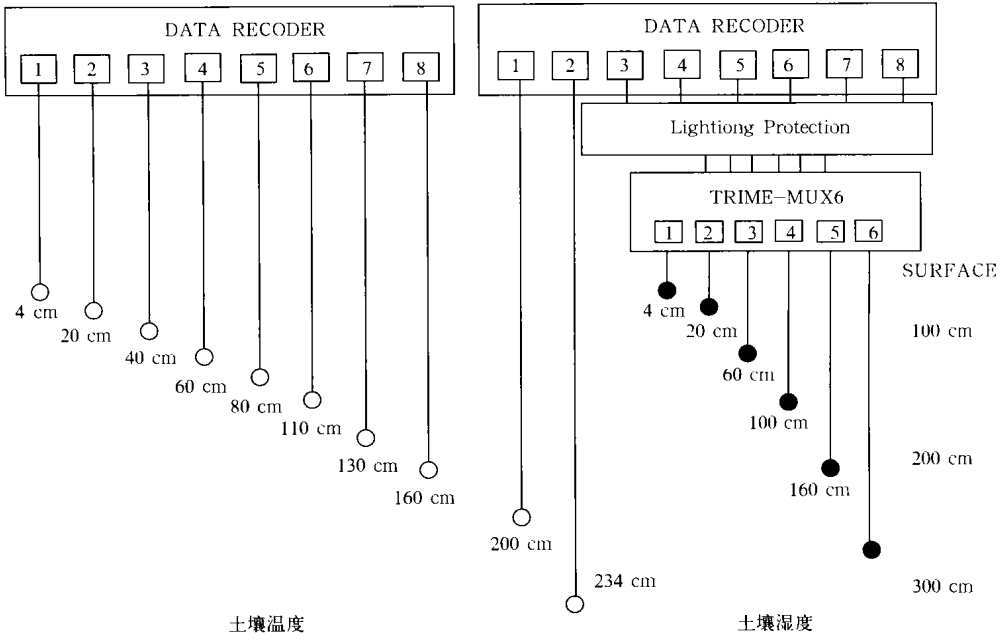


图 2 土壤湿度和温度测量系统

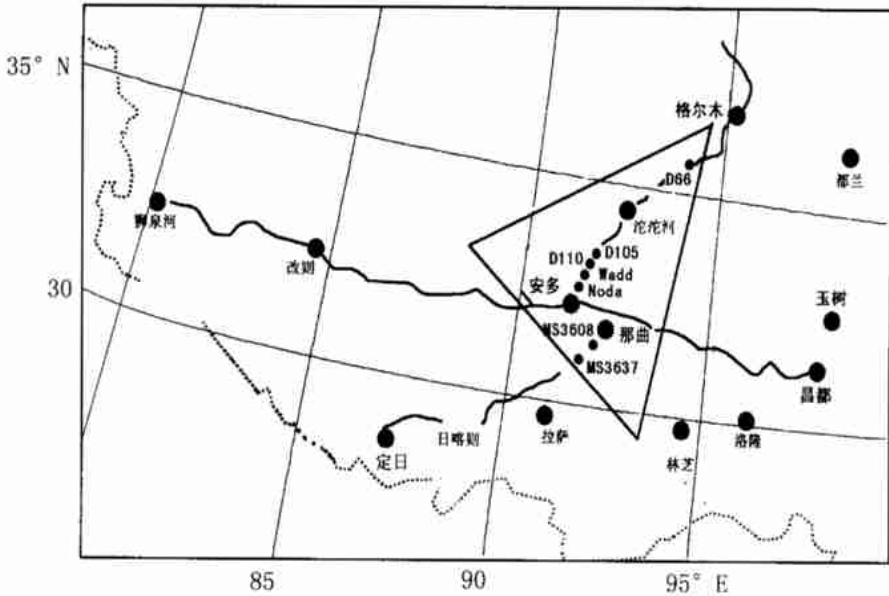


图3 1998年GAME/Tibet试验区

测量了10个深度(0.04, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0和2.34 m)上的土壤温度, 由于0.6 m以下的土壤温度几乎没有热变化。在图1中仅仅绘出了上面4个深度的温度分布, 其中D110观测站有地表温度分布。数据记录是由DATAMARK-LS3000 Datalogger完成。

4 结果和讨论

4.1 总体土壤热扩散率

因为土壤温度变化发生在近地表面的一个浅薄层中, 所以这里仅仅考虑深度从0.04~0.6 m的土壤层。选定9月里这个周期为研究对象的理由是这个时期各站的湿度不同, 且没有冻土, 也不是处于季风季节中。从图1可以看出, 各站上面3层(深度是0.04, 0.2, 0.4 m)的土壤温度变化差不多都表现为定常的正弦波, 尽管各站的天气过程不同, 谐波方法中基本假设定常周期性是满足的。这些资料能够用来研究这些站点的总体土壤热扩散率和土壤热扩散率, 本文也利用LTM方法研究这8个站点的总体土壤热扩散率。表2给出了由谐波方法和LTM方法计算得到的8个SMTMS站0.04~0.2 m, 0.2~0.4 m的总体土壤扩散率。

表2和3表明: 深度从总体0.04~0.20 m的土壤层的总体土壤热扩散率(α^2)为 $0.30 \times 10^{-6} \sim 0.98 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, 对应的体积土壤水含量为12.73%~33.56%。由于Wadd站的测量湿度的仪器故障没有

湿度资料, 由图2可知: 仪器没有测量深度为0.4 m的土壤湿度, 因此无法详细分析总体土壤热扩散率(α^2)廓线。表2同时表明: 由HM和LTM方法得到的值非常接近。总体土壤热扩散率变化范围较大($0.15 \times 10^{-6} \sim 0.91 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)。由LTM方法得到的值普遍比由HM方法得到的值小。另外, 表2表明上层(深度从0.04~0.20 m)平均土壤温度递减率 γ 变化范围为0.35~8.39 (K/m)。

4.2 土壤热扩散率

用方程(19)计算了8个站的两层土壤层的土壤热扩散率 k , 如表4所示。平均土壤热扩散率 k 通常比由HM方法或LTM方法得到总体土壤热扩散率 α^2 小, 上层(深度: 0.04~0.20 m), 平均土壤热扩散率变化范围为 $0.15 \times 10^{-6} \sim 0.72 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, 下层平均土壤热扩散率变化范围为 $0.10 \times 10^{-6} \sim 0.87 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 。

5 结论

文中研究了谐波方法和Laplace变换方法, 计算了青藏高原中部8个SMTMS观测站的总体土壤热扩散率, 同时推导了包含热对流土壤热传导方程的解析解, 计算了这些站的土壤热扩散率。主要结果如下:

(1) 如果土壤温度的变化满足定常周期性, 尽管垂直方向上均一的假设不能完全满足, 谐波方法和Laplace变换方法可以用来研究GAME/Tibet的

表 2 由谐波方法得到的 8 个观测站 1998 年 9 月 4 日到 10 日间上面两层总体土壤热扩散率和平均土壤温度递减率 γ (括号里数值是由 Laplac 变换方法(LTM) 得到)

土壤层(深度 1~ 深度 2)	D66		沱沱河		D110	
	$\alpha^2 \times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$	$\gamma(\text{K}/\text{m})$	$\alpha^2 \times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$	$\gamma(\text{K}/\text{m})$	$\alpha^2 \times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$	$\gamma(\text{K}/\text{m})$
0.04~ 0.20	0.74(0.70)	8.39	0.46(0.44)	4.13	0.76(0.74)	5.13
0.20~ 0.40	0.51(0.55)	5.47	0.72(0.68)	3.54	0.91(0.83)	3.40

注: D110 站, 土壤表面到深度 0.04 m 间总体土壤热扩散率为 $0.48 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ (HM 方法), $0.46 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ (LTM 方法)。

土壤层(深度 1~ 深度 2)	Wadd		Noda		安多	
	$\alpha^2 \times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$	$\gamma(\text{K}/\text{m})$	$\alpha^2 \times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$	$\gamma(\text{K}/\text{m})$	$\alpha^2 \times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$	$\gamma(\text{K}/\text{m})$
0.04~ 0.20	0.30(0.30)	1.46	0.60(0.51)	4.56	0.49(0.46)	4.17
0.04~ 0.20	0.43(0.49)	2.05	0.84(0.95)	4.54	0.43(0.44)	1.39

土壤层(深度 1~ 深度 2)	MS3608		MS3637	
	$\alpha^2 \times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$	$\gamma(\text{K}/\text{m})$	$\alpha^2 \times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$	$\gamma(\text{K}/\text{m})$
0.04~ 0.20	0.98(0.79)	1.37	0.39(0.39)	0.35
0.20~ 0.40	0.34(0.51)	1.91	0.15(0.24)	1.50

表 3 各观测站 1998 年 9 月 4 日~ 10 日 3 层的平均体积土壤含水量 (%)

深度(m)	D66	沱沱河	D110	Wadd	Noda	安多	MS3608	MS3637
0.04	13.48	20.71	33.06		22.88	42.10	25.91	21.28
0.20	11.98	27.28	16.54		25.62	25.02	26.96	28.61
0.60	8.71	21.73	33.76		23.48	22.65	30.24	30.15

表 4 由式(19)得到的平均土壤热扩散率($k \times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$)

土壤层(m) (深度 1~ 深度 2)	D66	沱沱河	D110	Wadd	Noda	安多	MS3608	MS3637
0.04~ 0.20	0.60	0.15	0.47	0.29	0.44	0.34	0.72	0.30
0.20~ 0.40	0.19	0.14	0.15	0.14	0.10	0.50	0.62	0.25

土壤湿度和温度观测站的总体土壤热扩散率, 这两种方法得到的解十分接近, 但谐波方法容易实现, 所以推荐使用谐波方法。

(2) 定常周期的假设不能满足时, 如雨天, 谐波方法和 Laplace 变换方法将不能用来估计总体土壤热扩散率, 此时 Passerat 等^[10] 建议使用订正的 Laplace 变换方法计算总体土壤热扩散率。

(3) 同时独立考虑土壤热传导和对流过程, 得到式(19), 它可以直接计算土热扩散率, 将它用来计算上述 8 个观测站的土壤热扩散得到的值比总体土壤热扩散率小。

(4) 对于深度 0.04~ 0.20 m 的土壤薄层而言, 青藏高原该地区的总体土壤热扩散率为 $0.30 \times 10^{-6} \sim 0.98 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$, 而土壤热扩散率 $0.15 \times$

$10^{-6} \sim 0.72 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ 。

从该研究得知: 初始的土壤温度廓线需要精确地测量, 总体土壤扩散率依赖于土壤水含量, 初始的土壤湿度亦需精确测量从而能够确定土壤是否垂直均一, 同时也注意到一些用测量得到的至少两层的土壤热通量方法^[19] 确定土壤的总体热扩散率, 因此, 全面详细测量土壤各要素是深入研究土壤热性质的关键所在。

致谢: 感谢下列研究人员为采集资料所作的诸多努力, 他们是: Toshio Koike 教授, Hiroshi Ishidaira 教授, Takeo Tadono 先生, Hideyuki Nagai 先生, Toru Terao 先生, Nozomu Hirose 先生, Kertarou Aida 先生, Kanehisa Hujharu 先生, Tikara Shimo 先生, Hiroyuki Yabuki 先生, Wang Shaoling 先生, Shen Yongping 先生和 Ye Bosheng 先生。

参考文献

- 1 Krishnamurti T N, Ramanathan Y. Sensitivity of the monsoon onset to different heating. *Mon Wea Rev*, 1982, 39: 1090~ 1306
- 2 Wu A, Ni Y. The effects of Tibetan Plateau on the anomalous variation of Asian Monsoon in a coupled ocean-atmosphere system. *Acta Meteor Sinica*, 1999, 13

- (1): 21~ 34
- 3 Gao Z, Wang J, et al. Calculation of near-surface layer turbulent transport and analysis of surface thermal equilibrium features in Naqu of Tibet. *Phys Chem Earth(B)*, 2000, 25(2): 135~ 139
 - 4 Gao Z, Wang J, et al. Study of roughness lengths and drag coefficients over Nansha sea region, Gobi, Desert, Oasis and Tibetan Plateau. *Phys Chem Earth(B)*, 2000, 25(2): 141~ 145
 - 5 Gao Z, Chae N, Kim J, Simulation of surface temperature, water balance and soil wetness in the Tibetan Prairie using the simple biosphere model 2, in Proceedings of the Second Session of International Workshop on TIPEX-GAME/TIBET. Kunming, China. 2000, 32~ 34
 - 6 Kim J, Hong J, Gao Z, et al. Can we close the surface energy budget in the Tibetan Plateau? The Preprint of The Second Session of International Workshop on TIPEX-GAME/Tibet, 2000, 13~ 16
 - 7 Kim J, Choi T, et al. Energy partitioning and its imbalance over a prairie site in central Tibetan plateau during GAPE-IOP, 1998. A supplement to *Eos, Transactions, American Geophysical Union*, 2000, 81(22): 5~ 6
 - 8 Wang J, Kim J, et al. Energy balance analysis and one dimensional simulation of land surface process in a short-grass site of Central Tibetan Plateau. Proceedings of the 1st international workshop on GAME-Tibet, 1999. 73~ 76
 - 9 Van Wijk, W R. *Physics of Plant Environment*. First edition. North Holland, Amsterdam Press, 1963. 1~ 156
 - 10 Passerat de Silans, A M B, Monteny B A, et al. Apparent soil thermal diffusivity, a case study: HAPEX-Sahel experiment, *Agr Forest Meteorol*, 1996, 81: 201~ 216
 - 11 Vries De, D A. Thermal properties of soils. In: Van Wijk W R, ed. *Physics of Plant Environment*. North Holland, Amsterdam Press, 1963. 210~ 225
 - 12 Johansen D. Thermal property of soil: [dissertation]. Trondheim: Trondheim University, 1975. 1~ 219
 - 13 Horton R, Wierenga P J et al. Evaluation of methods for determination apparent thermal diffusivity of soil near the surface. *Soil Sci Soc Am J*, 1983, 47: 23~ 32
 - 14 Kavianipour A Beck. J V. Thermal property estimation utilizing the Laplace transform with application to asphaltic pavement. *Int J Heat Mass Transfer*, 1977, 20: 259~ 267
 - 15 Asrar G, Kanemasu E T. Estimating thermal diffusivity near the soil surface using Laplace transform: Uniform initial conditions. *Soil Sci Am J*, 1982, 47(3): 397~ 401
 - 16 Rratt J R. *The Atmospheric Boundary Layer*. London: Cambridge University Press, 1992. 117~ 119
 - 17 Hillel D. *Introduction to Soil Physics*. New York: Academic Press, 1982. 364pp
 - 18 范新岗, 汤懋苍. 土壤传导-对流通量计算的初步结果. *高原气象*, 1994, 13(1): 14~ 19
 - 19 Lettau H H. Improved models of thermal diffusion in the soil. *Trans Am Geophys Union*, 1954, 35: 121~ 132

STUDY ON ANALYTICAL RESOLUTION TO SOIL THERMAL CONDUCTIVE EQUATION AND SOIL THERMAL DIFFUSIVITY OVER NAGQU AREA

Gao Zhiqiu Bian Lingen Zhang Yabin Wang Jinxing

*(Research Center of Environment and Global Change, Chinese Academy of
Meteorological Sciences, Beijing 100081*

Jiang Dongmei

(Zibo Meteorological Bureau of Shandong Province, Zibo 255048

Abstract

The soil thermal conductive equation and that with thermal convection term contained were solved analytically. Based on the observation data from soil moisture and temperature measurement system (SMTMS) sites during GAME/Tibet over Tibetan Plateau in September 4–10, 1998, we calculate the apparent soil thermal diffusivity by harmonic method (HM) and Laplace transform method (LTM), and the soil thermal diffusivity by the analytical resolution to soil thermal conductive equation with thermal convection term contained. This study demonstrates that the apparent soil thermal diffusivity in this area over the Tibetan Plateau is between 0.30×10^{-6} and $0.98 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ in the upper layer (at depths 0.04 m to 0.20 m) where the soil thermal diffusivity should be between 0.15×10^{-6} and $0.72 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Harmonic method (HM) leads to somewhat greater values of the apparent soil thermal diffusivity than the LTM method, furthermore, apparent soil thermal diffusivity is greater than soil thermal diffusivity.

Key words: Thermal conductive equation, Analytical resolution, Soil temperature profile, Soil thermal diffusivity.