

# 论陆架波系动力学及其在厄尔尼诺信号传播中的作用

巢纪平 徐小标

(国家海洋环境预报研究中心,北京,100081)

## 摘 要

文中讨论了陆架波系和赤道波系在动力学上的相似性,和赤道波系一样,陆架波系也由惯性重力波、Kelvin 波、Rossby(长、短)波和有条件的 Rossby-重力混合波组成。指出,当海洋三边存在陆架而一边为赤道时(如北太平洋),则陆架波系和赤道波系中的 Kelvin 波,将以逆时针方向携带信号绕海盆一周,而两个波系中的 Rossby 长波,将以顺时针方向绕海盆一周,即通过陆架波和赤道波为海洋中某些信号的传播组织成一个绕海盆的环路。这种物理过程可望用以解释发生在海洋中的某些长周期现象,如 El Niño 现象。文中进一步讨论了陆架波的各种简化运动。

**关键词:** 陆架波系, Kelvin 波, 陆架-Rossby 波, El Niño。

## 1 引 言

赤道海域的运动和陆架海域的运动是海洋动力学中最具有特色的两个海域的运动,它们在动力学性质上有别于海洋内部的运动,例如对于赤道海域的运动,由于科里奥利参数趋于零,但它的导数,即  $\beta = df/dy$ , 在赤道上又最大,从而形成了独特的赤道波系。陆架海域的运动虽然是在  $f$  平面上进行的,但由于陆架坡度可以起到类似于  $\beta$  的作用,因而在  $f$  平面上的运动也具有某些  $\beta$  平面上运动的特色,形成陆架波动<sup>[1~5]</sup>。这两个海域的运动都具有重要的实际意义,前者直接关系到 El Niño 的形成和发展,而后者关系到陆架波动、沿岸上升流、沿岸急流和陆架中尺度涡旋等一系列与海洋生态平衡有关的运动。在另一方面一个重要的问题是,由赤道波系中的 Kelvin 波和 Rossby 波的调节,可以产生年际尺度的振荡,并是解释 El Niño 循环的一种机制。然后这样的波动调节过程只发生在赤道海域,除洋流外,尚缺少一种波动过程可以把赤道和赤道外的海洋中的信号进行传播。这无疑对研究象 El Niño 这种长时间尺度现象是必要的动力学开拓。本文的主要目的即在于此。

在另一方面,自从 Robnsson 在理论上指出由于陆架坡度可激发出其动力学性质像

\* 初稿时间:2001年5月16日;修改稿时间:2001年7月25日。

资助课题:国家自然科学基金资助项目(49876006,49736019,49976001),国家重点基础研究发展规划资助项目(G1999043809,G19980409C0(1))。

Rossby 波那样的慢波以来,陆架波动已成为陆架动力学中研究的中心问题之一。但回顾过去大量工作后发现,一般在动力学模式中都直接应用无辐散近似(如 Buchwald 和 Adams, Adams 和 Buchwald, Allen 等),有的还加上对沿岸流的地转平衡,即长波近似(Gill 和 Shumann),由于这些近似的引进,因此从未给出陆架波系中应有的成员,同时上述各种近似的引进,给运动带来那些影响,过去也不十分清楚,也需给予讨论。

## 2 基本运动方程

如果海洋的深度为  $H + h_c$ ,  $h_c(x)$  为陆架的高度,海岸线沿  $y$  方向,陆架的宽度为  $L$ ,  $x$  轴垂直于海岸。不考虑风应力作用,在  $f$ -平面上线性化的浅水运动方程组为

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial h}{\partial y} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + (H + h_c) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \frac{dh_c}{dx} u = 0 \quad (3)$$

引进重力波波速

$$C = (gH)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

取特征量:

$$t \propto 1/f, \quad (x, y) \propto c/f, \quad (u, v) \propto c, \quad h \propto H, \quad h_c \propto H \quad (5)$$

于是有

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u = -\frac{\partial h}{\partial y} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - v = -\frac{\partial h}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + (1 + h_c) \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \left( \frac{dh_c}{dx} \right) u = 0 \quad (8)$$

由式(6),(7)给出

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + v = \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial y} \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + u = -\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial x} \quad (10)$$

最后有

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 1 - \left( \frac{dh_c}{dx} \right) \frac{\partial}{\partial x} - (1 + h_c) \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \right] \frac{\partial h}{\partial t} - \left( \frac{dh_c}{dx} \right) \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

如果陆架地形小于海洋的平均深度,即在有量纲时  $h_c < H$ ,同时假定陆架深度呈线性变化,即  $h_c = \alpha x$ ,则式(11)可写成

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 1 - \alpha \frac{\partial}{\partial x} - \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \right] \frac{\partial h}{\partial t} - \alpha \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

这是要分析的基本方程。

### 3 色散关系

设解为

$$h = \hat{h}(x)e^{i(kx + \sigma t)} \quad (13)$$

由式(12)给出

$$\frac{d^2 \hat{h}}{dx^2} + \alpha \frac{d\hat{h}}{dx} + (\sigma^2 + \alpha \frac{k}{\sigma} - k^2 - 1)\hat{h} = 0 \quad (14)$$

边界条件考虑到在边界上  $u = 0$ , 由式(10)给出

$$x = 0, L \quad \frac{d\hat{h}}{dx} + \frac{k}{\sigma}\hat{h} = 0 \quad (15)$$

式中  $L$  是无量纲的。

作变换

$$\hat{h} = \hat{H}(x)e^{-\frac{1}{2}x} \quad (16)$$

方程(14)变成

$$\frac{d^2 \hat{H}}{dx^2} + (\sigma^2 + \alpha \frac{k}{\sigma} - k^2 - \frac{\alpha^2}{4} - 1)\hat{H} = 0 \quad (17)$$

条件(15)变成

$$x = 0, L \quad \frac{d\hat{H}}{dx} + (\frac{\kappa}{\sigma} - \frac{\alpha}{2})\hat{H} = 0 \quad (18)$$

设方程(17)的解为

$$\hat{H} = A \sin Kx + B \cos Kx \quad (19)$$

式中

$$K^2 = \sigma^2 + \alpha \frac{k}{\sigma} - k^2 - \frac{\alpha^2}{4} - 1 \quad (20)$$

应用边界条件(18)后得到

$$(\sigma^2 - 1)(\sigma^2 - k^2) \sin KL = 0 \quad (21)$$

显然,  $\sigma^2 = 1$  满足条件(21), 这是惯性振荡, 它不具有波动性质可以排除。对于其它根所代表的运动将分别在以下各有关部分讨论。

## 4 陆架波系

### 4.1 Kelvin 波

另一类满足条件(21)的运动是  $\sigma^2 = k^2$ , 或者

$$\sigma = \pm k \quad (22)$$

这是 Kelvin 波, 下面讨论它的传播的方向。

对于 Kelvin 波要求  $u = 0$ , 这时由式(7)和式(8)给出

$$v = \frac{\partial h}{\partial x} \quad (23)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (24)$$

由此有

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} = 0 \quad (25)$$

即有

$$\frac{d\hat{h}}{dx} + \frac{\sigma}{k}\hat{h} = 0 \quad (26)$$

当  $x > 0$  时, 解为

$$\hat{h} = \hat{h}|_{x=0} e^{-(\frac{\sigma}{k})x} \quad (27)$$

可见, 如要求  $x$  很大的, 解为有限, 则

$$\sigma = k \quad (28)$$

即式(22)取正根, 波是向南传播的。

注意到如  $x = L$  是区域的另一侧边界, 可以认为是海盆的东海岸, 这一边界向左到区域内部, 可令  $x = -\xi, \xi > 0$ , 这时方程(26)的解为

$$\hat{h} = \hat{h}|_{\xi=0} e^{(\frac{\sigma}{k})\xi} \quad (29)$$

可见如要得到  $\xi$  很大时的有限解, 要求

$$\sigma = -k \quad (30)$$

即式(22)取负根, 波是向北传播的。注意到, 如果边界附近沿边界流通的洋流满足地转平衡的话, 当陆架坡度小时 Kelvin 波的存在并不依赖于坡度, 事实上这是一类固有的边界波。

#### 4.2 陆架地形-Rossby 波

在陆架海洋除 Kelvin 波外, 其它的波动可由式(21)令

$$KL = n\pi \quad (31)$$

求得。即为

$$\sigma^2 + \alpha \frac{k}{\sigma} - (k^2 + \frac{\alpha^2}{4} + 1 + \frac{n^2\pi^2}{L^2}) = 0 \quad (32)$$

当频率很低(小)时, 式(32)的近似式为

$$\sigma = \frac{\alpha k}{k^2 + 1 + (\frac{\alpha}{2})^2 + (\frac{n\pi}{L})^2} \quad (33)$$

这是由于陆架坡度引起的低频波, 称陆架地形波<sup>[1~5]</sup>, 由于它和 Rossby 波的动力学性质相似, 可称陆架地形-Rossby 波<sup>[6]</sup>。当陆架向海洋内部变深时 ( $\alpha > 0$ ), 它是向南传播的。特别是, 当  $k$  很小时(长波), 有

$$\sigma \sim \alpha k \quad (34)$$

这时波的相速度和群速度均向南。当  $k$  很大时(短波), 有

$$\sigma \sim \frac{\alpha}{k} \quad (35)$$

波的相速度向南, 而群速度则是向北的。

#### 4.3 惯性重力波

当频率很高(大)而陆架坡度不是很大时, 式(32)的近似式为

$$\sigma = \pm \sqrt{k^2 + 1 + (\frac{\alpha}{2})^2 + (\frac{n\pi}{L})^2} \quad (36)$$

这是分别向南、北方向传播的两支惯性重力波。

#### 4.4 陆架 Rossby-重力混合波

如果  $L$  很大,而  $n$  很小,可略去式(32)最后一项,并对  $k$  写出,为

$$k^2 + \frac{\alpha}{\sigma}k - (\sigma^2 - \frac{\alpha^2}{4} - 1) = 0 \quad (37)$$

由此有 
$$k = \frac{1}{2} \left[ \frac{\alpha}{\sigma} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right)^2 + 4\left(\sigma^2 - \frac{\alpha^2}{4} - 1\right)} \right] \quad (38)$$

改写成 
$$k = \frac{1}{2} \left[ \frac{\alpha}{\sigma} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha}{\sigma} - 2\sigma\right)^2 - (\alpha - 2)^2} \right] \quad (39)$$

如果陆架坡度  $\alpha = 2$ ,或在 2 附近,则根号中第二项为零,或很小,由此有近似式

$$k \approx \frac{\alpha}{\sigma} - \sigma \quad (40)$$

$$k \approx \sigma \quad (41)$$

前者是陆架 Rossby-重力混合波,它在低频波段具有 Rossby 短波的性质,在高频波段具有向北传播的重力波性质;后者是重力波中的一类,十分接近 Kelvin 波。

图 1a,b 分别给出了  $\alpha = 1.0, \alpha = 1.8$  时各种波动的色散关系(这里取  $n = 0$ ),实线是未经简化的色散关系,由式(32)给出,虚线是色散关系近似式(33),(36)。点线是表示 Kelvin 波,由式(28)和(30)给出。图 1b 中的点划线表示由式(40)表示的陆架 Rossby-重力混合波。 $\alpha = 2$  时陆架 Rossby-重力混合波同惯性重力波、Rossby 波的一部分重合。

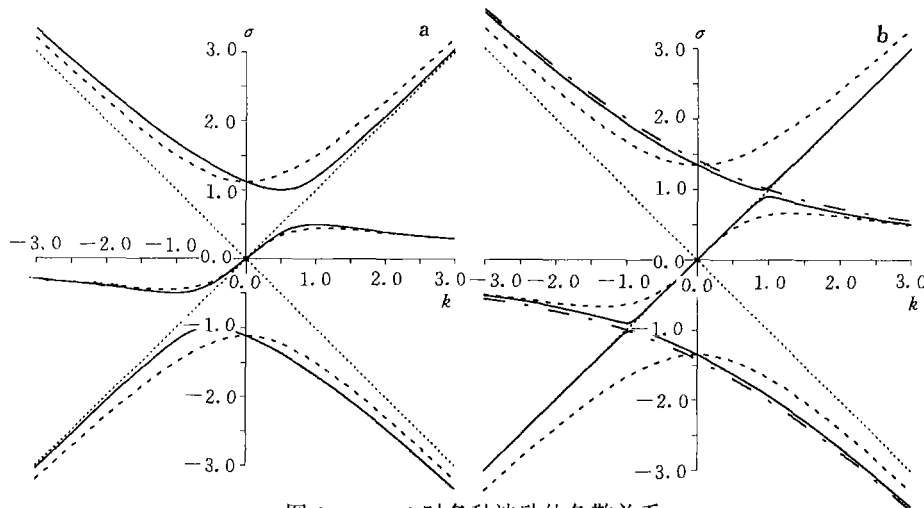


图 1  $n = 0$  时各种波动的色散关系

(a.  $\alpha = 1.0$  时惯性重力波(虚线)、Kelvin 波(点线)和陆架地形-Rossby 波(实线)的频散关系;b.  $\alpha = 1.8$  时惯性重力波、Kelvin 波(点线)、陆架地形-Rossby 波(实线)和陆架 Rossby-重力混合波(点划线)的频散关系)

## 5 陆架波系在厄尔尼诺信号传播中的能作用

注意到上面的陆架波系,除 Kelvin 波外,虽然产生的物理原因不同,但在波系的传播等特征上和 Matsuno<sup>[7]</sup>发现的赤道波系是一一对应的。首先,陆架波系与赤道波系都具有

惯性重力波、Kelvin波、Rossby(长、短)波和 Rossby-重力混合波。不同者赤道 Kelvin波只沿着赤道向东传播,而陆架 Kelvin波,在大洋西岸一侧向南传播,而在靠大洋的东岸一侧向北传播;关于 Rossby-重力混合波,在赤道由于  $\beta = df/dy$  是一个决定性的参数,因此 Rossby-重力混合波是确定的,而在陆架波系中,由于陆架坡度是可变的,因此陆架的 Rossby-重力混合波只有在一定的陆架坡度值附近才能存在,最有利出现的坡度值是  $\alpha = 2$ ,也即当  $\alpha$  取这一值时,它的作用相当于  $\beta$ 。根本上,赤道运动是发生在  $\beta$  平面上的大尺度运动,而陆架运动是发生在  $f$  平面上的运动;另外,两个波系所对应的本征(结构)函数是不一样的,赤道波系是 Weber 函数,陆架波系是三角函数,或另外的特殊函数。

赤道波系,特别是其中向东传播的 Kelvin波和向西传播的 Rossby长波,在 El Niño 的发展中起重要作用,它们之间的调节在理论上可出现 3~4 a 周期的 El Niño/La Nina 型的振荡。然而它们只在赤道海洋内部进行,如果只靠赤道波系的作用来解释 El Niño 现象,则赤道外中、高纬度的海洋对 El Niño 的发生、发展不起作用。对 El Niño 的发展来讲,赤道外的过程理应有作用,而目前研究中指出的作用只是通过外强迫来实现,赤道波系不能藉海洋中的过程和赤道外海洋中的物理过程发生直接的联系,这是很难理解的。事实上海洋是一个整体(如太平洋),发生在赤道海洋中的现象理应和赤道外海洋中发生的物理过程有所联系。本文的分析指出,这种联系可以通过陆架波来实现。

若以赤道海洋为起点来讨论,则赤道 Kelvin波,达到东海岸后,在北半球可折向北,沿着大洋东边界转以陆架 Kelvin波的形式向北运动,再沿着极地陆架向西传播,至西海岸后仍以陆架 Kelvin波形式向南传播,最后回到赤道,形成一个绕海盆以反时针方向形成一个环路,使信号传过整个大洋。

以上的讨论若用于 El Niño 的发展,则无论对 Kelvin波或是对 Rossby波,波动传过一个环路的时间是几年,这是否是 El Niño 事件 2~7 a 出现一次的一个侧面的物理现象,是值得进一步讨论的。或者,是否可以用 Rossby波传播的环路时间来讨论更长时间的海洋气候现象。

## 6 各种近似运动

陆架波系中包括了重力惯性波这样的高频运动,它在一些低频现象中不起重要作用,但由于它的存在使运动方程变得非常复杂,因此研究一些过滤掉它的方案是需要的。

### 6.1 长波近似

对式(7)取地转平衡即长波近似,或称半地转近似,为

$$v = \frac{\partial h}{\partial x} \quad (42)$$

代入式(6),得到

$$u = - \left( \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (43)$$

代入式(8)得到

$$\left[ (1 + h_c) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left( \frac{dh_c}{dx} \right) \frac{\partial}{\partial x} - 1 \right] \frac{\partial h}{\partial t} + \left( \frac{dh_c}{dx} \right) \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (44)$$

与方程(11)相比,对时间导数降了两阶,即过滤掉两个惯性重力波,少了对  $y$  的二阶导数项——长波。

在相同的假定条件下,与式(17)对应的方程为

$$\frac{d^2 \hat{H}}{dx^2} + \left( \alpha \frac{k}{\sigma} - \frac{\alpha^2}{4} - 1 \right) \hat{H} = 0 \quad (45)$$

满足边界条件(18)的色散关系为

$$(\sigma^2 - k^2) \sin Kx = 0 \quad (46)$$

式中

$$K^2 = \alpha \frac{k}{\sigma} - \frac{\alpha^2}{4} - 1 \quad (47)$$

可见, Kelvin 波仍然是一种运动形态,另外的运动为

$$\sigma = \frac{\alpha k}{1 + \frac{\alpha^2}{4} + \frac{n^2 \pi^2}{L^2}} \quad (48)$$

这是陆架 Rossby 长波。

## 6.2 无辐散近似

对式(8)取无辐散近似,即略去时间变化项,为

$$\left[ (1 + h_c) \frac{\partial}{\partial x} + \left( \frac{dh_c}{dx} \right) \right] u + (1 + h_c) \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (49)$$

将式(9),(10)代入式(49),得到

$$(1 + h_c) \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{dh_c}{dx} \right) \frac{\partial}{\partial x} \right] \frac{\partial h}{\partial t} + \left( \frac{dh_c}{dx} \right) \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (50)$$

在与上面相同的假定条件下,与式(17)对应的方程为

$$\frac{d^2 \hat{H}}{dx^2} + \left( \alpha \frac{k}{\sigma} - k^2 - \frac{\alpha^2}{4} \right) \hat{H} = 0 \quad (51)$$

与未经简化过的式(17)相比,在这里除了少了频率平方项外,还少了一个在有量纲时与  $f^2$  成正比的项,或者少了一个与 Rossby 变形半径呈反比的项。满足边界条件(18)的色散关系为

$$(\sigma^2 - 1) \sin KL = 0 \quad (52)$$

式中

$$K^2 = \alpha \frac{k}{\sigma} - k^2 - \frac{\alpha^2}{4} \quad (53)$$

由此可见,无辐散近似不仅滤掉了惯性重力波,同时也滤掉了 Kelvin 波,剩下的只有陆架地形 Rossby 波,频率为

$$\sigma = \frac{\alpha k}{k^2 + \frac{\alpha^2}{4} + \frac{n^2 \pi^2}{L^2}} \quad (54)$$

与式(33)相比,少了一个与 Rossby 变形半径呈反比的项,或者说,无辐散近似对运动的波长限制在不能大于 Rossby 变形半径的范围内。由于这一近似要求运动的波长较短,因此如果陆架坡度很小,陆架很宽,上式可近似地写成

$$\sigma = \frac{\alpha}{k} \quad (55)$$

这是 Rossby 短波。

### 6.3 低频近似

略去式(8)和式(9)的时间二阶导数项,为

$$u = - \left( \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial x} \right) \quad (56)$$

$$v = \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial y} \quad (57)$$

将式(56)和(57)代入式(8),得到

$$\left[ (1 + h_c) \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{dh_c}{dx} \right) \frac{\partial}{\partial x} - 1 \right] \frac{\partial h}{\partial t} + \left( \frac{dh_c}{dx} \right) \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (58)$$

在取与上面相同的假定下,由式(58)可得到下面的方程,为

$$\frac{d^2 \hat{H}}{dx^2} + \left( \alpha \frac{k}{\sigma} - k^2 - \frac{\alpha^2}{4} - 1 \right) \hat{H} = 0 \quad (59)$$

满足相应边界条件的色散关系为

$$\left( \frac{k^2}{\sigma^2} - k^2 - 1 \right) \sin KL = 0 \quad (60)$$

式中

$$K^2 = \alpha \frac{k}{\sigma} - k^2 - \frac{\alpha^2}{4} - 1 \quad (61)$$

由此有

$$\sigma = \pm \frac{k}{\sqrt{k^2 + 1}} \quad (62)$$

当波长很长时,此式简化成

$$\sigma = \pm k \quad (63)$$

这是 Kelvin 波。当波长很短时,简化成

$$\sigma = \pm 1 \quad (64)$$

这是惯性振荡。这时 Rossby 波的频率为

$$\sigma = \frac{\alpha k}{k^2 + 1 + \left( \frac{\alpha}{4} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2} \quad (65)$$

也就是上文中的式(33),可见在低频近似下 Rossby 波受到的歪曲最少。

由此可见,为了在陆架波系中保留 Kelvin 波,使能与赤道波系中的 Kelvin 波组成一绕海盆的反时针环路,无辐散近似不可取。相比之下,低频近似比长波近似的优点更多(讨论见[8~10])。

### 参考文献

- 1 Robinson A R. Continental shelf waves and the response of sea-level to weather system. J Geophys Res. 1964. 69: 367~368
- 2 Buchwald V T. Adams J K. The propagation of continental shelf waves. Proc Roy Soc A. 1968. 305: 235~250
- 3 Adams J K. Buchwald V T. The generation of continental shelf waves. J Fluid Mech. 1969. 4. 35: 815~826



- 4 Allen J S. On forced, long continental shelf waves on an  $f$ -plane. *J Phys Oceanogr.* 1976, 6: 426~431
- 5 Gill A E, Schumann E H. The generation of long shelf waves by wind. *J Phys Oceanogr.* 1974, 4: 83~90
- 6 Pedlosky J. *Geophysical fluid dynamics.* Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, London, Paris, Tokyo, 1979. 710pp
- 7 Matsuno T. Quasi-geostrophic motion in the equatorial area. *J Meteor Soc Japan.* 1966, 44: 25~43
- 8 巢纪平. 热带斜压大气的适应运动和发展运动. *中国科学, D 辑.* 1999, 29: 279~287
- 9 巢纪平. 热带大气和海洋的半地转适应和发展运动. *气象学报.* 2000, 58 (3): 254~264
- 10 巢纪平. 热带大气发展运动的低频模式. *气象学报.* 2000, 58 (4): 385~390

## THE DYNAMIC THEORY OF SHELF WAVES AND ITS EFFECT IN THE PROPAGATION OF EL NIÑO SIGNAL

Chao Jiping Xu Xiaobiao

*(National Research Center for Marine Environmental Forecasts, Beijing 100081)*

### Abstract

The dynamic similarity between the waves in Shelf Ocean and Equatorial Area is discussed. Like the waves in Equatorial Area, the waves in Shelf Ocean consist of inertia-gravity waves, Kelvin waves, Rossby waves and conditional Rossby-gravity mixed waves. Several approximations are commonly used when resolving problems in Shelf Ocean, which include long-wave approximation, non-divergence approximation and low-frequency approximation. The advantage, disadvantage and the degree of these approximations are also studied in detail. Its effect in propagation of El Niño signal in ocean is also discussed.

**Key words:** Shelf wave, Kelvin wave, Rossby wave, El Niño.