

小旋转椭球粒子群的微波衰减系数 与雷达反射率因子之间的关系*

王振会 张培昌

(南京气象学院, 南京, 210044)

摘 要

通过模拟及取样导出了小旋转椭球粒子群旋转轴呈3种不同取向, 而入射电磁波分别为水平发射水平偏振波及水平发射垂直偏振波时的衰减系数与雷达反射率因子之间的关系, 获得3种波长的具体表达式, 并对结果作了物理分析。所得结果可直接用于雷达定量测量降水时的衰减订正。

关键词: 小旋转椭球, 偏振波, 衰减系数, 雷达反射率因子。

1 引 言

在使用天气雷达和气象卫星遥感反演降水时, 需考虑暴雨等降水区内尺度稍大的降水粒子的非球形形状, 通常用旋转椭球去近似^[1]。对于 C 或 X 波段的入射电磁波, 还必须考虑降水区对入射波衰减所引起的影响。因此, 研究小旋转椭球粒子群在各种取向及不同入射偏振波下的衰减系数, 及其与雷达反射率因子之间的关系, 就有助于提高微波遥感降水反演精度, 在雷达定量测量降水时作一定程度的订正。

2 基本公式

设 $Q_t(D_e)$ 是等效直径为 D_e 的单个旋转椭球的衰减截面, k_t 是衰减系数, 则它们之间的关系有^[2]

$$k_t = \int_0^\infty N(D_e) Q_t(D_e) dD_e \quad (1)$$

其中 $N(D_e)$ 为雨滴谱密度, 等效直径 D_e 即为同体积球形粒子的直径。对于同一群粒子其大小尺度服从某种分布即 $N(D_e)$ 为已知时, 则衰减系数 k_t 与雷达反射率因子 Z 均可事先计算出。于是, 根据 k_t - Z 的经验分布可令

$$k_t = \alpha Z^\beta \quad (2)$$

式中系数 α β 取决于入射波波长、小旋转椭球旋转轴相对于入射波偏振方向的取向和雨滴谱。对于给定的入射波波长、偏振方向和小旋转椭球旋转轴的取向, 可以通过改变雨滴谱参数后获得一组样本, 经统计回归后获得适合于给定情况的系数 α β 。当 α β 被确定后, 即可由雷达探测到的 Z 值用上式计算 k_t 值。

* 初稿时间: 1998年11月16日; 修改稿时间: 1999年2月24日。

资助课题: 国家自然科学基金(批准号49675256)。

假设雨滴谱服从 Gamma 分布函数形式

$$N(D_e) = C_1 D_e^\mu \exp\left\{- (3.67 + \mu) D_e / D_0\right\} \quad (3)$$

其中 C_1 , μ 和 D_0 为雨滴谱参数, 取值范围分别为:

$$0.00015 < C_1 < 0.15; \quad -1 < \mu < 4; \quad 0.05 < D_0 < 0.25$$

可以看出, 当 $C_1 = 0.08$, $\mu = 0$, $D_0 = 3.67/\Lambda$ 时, Gamma 分布就成为 Marshall-Palmer 分布。

设小椭球旋转轴的半长为 c , 两对称轴的半长分别为 a 和 b 且有 $a = b$, 则椭球等效直径 $D_e = 2(abc)^{1/3}$ 。据文献[1], 降水云中雨滴轴长比 c/a 与等效直径 D_e 的关系为

$$\frac{c}{a} = \begin{cases} 1.0, & 0 < D_e < 0.028 \text{ cm} \\ [1 - (9/32) D_e \rho V_T^2 / \kappa]^{1/2}, & 0.028 < D_e < 0.1 \text{ cm} \\ 1.03 - 0.62 D_e, & 0.1 < D_e < 1.0 \text{ cm} \end{cases} \quad (4)$$

式中 ρ 为饱和空气密度, 近地面处 $\rho = 1.1937 \times 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$ 。 κ 为水的表面张力系数, $\kappa = 72.75 \times 10^{-7} \text{ J cm}^{-2}$ 。 V_T 为雨滴下落速度, 由下式决定:

$$V_T(D_e) = 965 - 1030 \exp(-6D_e) \quad (5)$$

式中 D_e 和 V_T 的单位分别为 cm 和 cm s^{-1} 。

式(4)适用于 D_e 小于 1 cm 的雨滴。在实际中, 雨滴也不会过大, 自然破碎的临界值 D_e 大约为 0.6 cm 。由式(3)确定的雨滴谱, $D_e > 0.5 \text{ cm}$ 的粒子个数已经很小, $D_e > 1 \text{ cm}$ 的粒子数几乎为0。考虑到以下研究中是以满足 $D/\lambda \ll 1$ 为条件的, 天气雷达波长 λ 一般取 $3 \sim 10 \text{ cm}$, 故在式(1)以及以下有关公式对雨滴谱的积分中, 雨滴等效直径 D_e 最大值 $D_{e,\max}$ 将取 1.0 和 0.5 cm 进行计算。

对于建立在小旋转椭球上以其形心 o 为原点、以旋转轴 ζ 和对称轴 ξ, η 为直角坐标轴的 $o\xi\eta\zeta$ 系中, 该椭球在各轴方向上的极化系数为

$$\begin{cases} g_\xi = g_\eta = \frac{abc}{3} \frac{\epsilon - 1}{1 + (\epsilon + 1)n(a)} \\ g_\zeta = \frac{abc}{3} \frac{\epsilon - 1}{1 + (\epsilon + 1)n(c)} \end{cases} \quad (6)$$

式中 ϵ 是椭球粒子的复介电常数, $n(a)$ 和 $n(c)$ 是形状因子, 由下式决定:

$$n(c) = \begin{cases} \frac{1+e^2}{e^3} (e - \arctan(e)) & \text{当 } c < a = b, \text{ 粒子为扁椭球, 其中 } e = \sqrt{\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 1} \\ \frac{1-e^2}{2e^3} \left(\ln \frac{1+e}{1-e} - 2e\right) & \text{当 } c > a = b, \text{ 粒子为长椭球, 其中 } e = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{c}\right)^2} \end{cases} \quad (7)$$

$$n(a) = (1 - n(c)) / 2 \quad (8)$$

对于半径为 r 的球形粒子, 令上述有关式中 $a = b = c = r$, 可得

$$g_\xi = g_\eta = g_\zeta = r^3 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} \quad (9)$$

即, 球形粒子的极化系数与方向无关。

3 小旋转椭球粒子群旋转轴呈3种不同取向时 k_v 和 Z 表达式

3.1 扁旋转椭球粒子群旋转轴在空间一致铅直取向

若雷达水平发射水平偏振波, 可推导出粒子衰减截面和雷达反射率因子分别为^[3,4]

$$Q_{i,h} = \frac{8\pi^2}{\lambda} \text{Im}(-g\xi) \quad (10)$$

$$Z_h = 64 \left| \frac{\epsilon+2}{\epsilon-1} \right|_0^2 \int_0^\infty g\xi^2 N(D_e) dD_e \quad (11)$$

将式(10)代入式(1)得

$$k_{i,h} = \frac{8\pi^2}{\lambda} \int_0^\infty \text{Im}(-g\xi) N(D_e) dD_e \quad (12)$$

其中 $\text{Im}(\cdot)$ 表示取虚部, 下标 h 表示水平发射水平偏振波。

若雷达水平发射垂直偏振波, 同理可得

$$Z_v = 64 \left| \frac{\epsilon+2}{\epsilon-1} \right|_0^2 \int_0^\infty g\zeta^2 N(D_e) dD_e \quad (13)$$

$$k_{i,v} = \frac{8\pi^2}{\lambda} \int_0^\infty \text{Im}(-g\zeta) N(D_e) dD_e \quad (14)$$

3.2 扁旋转椭球粒子群旋转轴在空间作均匀随机取向

设降水云中旋转椭球的旋转轴在空间作均匀随机取向, 因此具有相同体积和形状的小旋转椭球粒子所构成的粒子群也在空间作均匀随机取向。由于旋转椭球粒子群在空间取向的均匀随机性, 很容易理解, 衰减系数和雷达反射率因子不受雷达波偏振方式的影响。可以证明^[3,4]

$$Z = 64 \left| \frac{\epsilon+2}{\epsilon-1} \right|_0^2 \int_0^\infty \left\{ \frac{3}{15} g\zeta^2 + \frac{4}{15} \text{Re}(g\zeta g\xi^*) + \frac{8}{15} g\xi^2 \right\} N(D_e) dD_e \quad (15)$$

$$k_i = \frac{8\pi^2}{\lambda} \int_0^\infty \text{Im}\left(\frac{-g\zeta - 2g\xi}{3}\right) N(D_e) dD_e \quad (16)$$

式中上标* 表示共轭, $\text{Re}(\cdot)$ 表示取实部。

3.3 长旋转椭球粒子群旋转轴在水平面内作均匀随机取向

若雷达水平发射水平偏振波, 可推导出^[3,4]

$$Z_h = 64 \left| \frac{\epsilon+2}{\epsilon-1} \right|_0^2 \int_0^\infty \left\{ \frac{3}{8} g\zeta^2 + \frac{2}{8} \text{Re}(g\zeta g\xi^*) + \frac{3}{8} g\xi^2 \right\} N(D_e) dD_e \quad (17)$$

$$k_{i,h} = \frac{8\pi^2}{\lambda} \int_0^\infty \text{Im}\left(\frac{-g\zeta - 2g\xi}{2}\right) N(D_e) dD_e \quad (18)$$

对于雷达水平发射垂直偏振波, 则有

$$Z_v = 64 \left| \frac{\epsilon+2}{\epsilon-1} \right|_0^2 \int_0^\infty g\xi^2 N(D_e) dD_e \quad (19)$$

$$k_{i,v} = \frac{8\pi^2}{\lambda} \int_0^\infty \text{Im}(-g\xi) N(D_e) dD_e \quad (20)$$

4 计算结果与分析

在计算中假设雨滴呈液态, 温度为273 K, 雨滴谱参数 C_1 , μ 和 D_0 在各自取值范围内按正态分布随机取值, 为提高统计量的代表性, 取样达1330次。图1给出波长 $\lambda = 5.6 \text{ cm}$ 、

雨滴等效直径最大值 $D_{e, \max}$ 为 1.0 cm、球形粒子群和小旋转椭球粒子群旋转轴呈 3 种不同取向时的 k_t-Z 关系。图中 k_t-Z 关系式的系数 α 、 β 和相关系数 R^2 是幂函数回归分析的结果。表 1 列出回归系数 α 、 β 和相关系数 R^2 。在常用波长 3.2 和 10 cm 处 k_t-Z 关系的系数 α 、 β 和 R^2 也一并列出, 以便比较和参考。注意图表中衰减系数 k_t 以 Np m^{-1} 为单位, $1\text{Np m}^{-1} = 4343\text{dB km}^{-1}$ 。

表 1 在用 $k_t = \alpha \times 10^{-9} Z^\beta$ 表示的 k_t-Z 关系中, 系数 α 、 β 及相关系数 R^2 在各种情况下的值 ($D_{e, \max} = 1.0\text{ cm}$, k_t 和 Z 的单位分别为 Np m^{-1} 和 $\text{mm}^6\text{ m}^{-3}$ 。)

粒子形状	情况 ^a	$\lambda = 3.2\text{ cm}$			$\lambda = 5.6\text{ cm}$			$\lambda = 10\text{ cm}$		
		α	β	R^2	α	β	R^2	α	β	R^2
球		3.0199	0.8771	0.9782	0.9381	0.8749	0.9739	0.2940	0.8645	0.9731
	1	2.9703	0.8739	0.9784	0.9195	0.8709	0.9738	0.2893	0.8601	0.9730
扁椭球	2	3.1440	0.8820	0.9778	0.9734	0.8807	0.9738	0.3033	0.8710	0.9731
	3	3.0149	0.8762	0.9782	0.9335	0.8736	0.9738	0.2936	0.8631	0.9730
长椭球	4	2.9902	0.8745	0.9783	0.9262	0.8716	0.9737	0.2912	0.8608	0.9729
	5	3.0653	0.8794	0.9780	0.9551	0.8776	0.9738	0.2985	0.8677	0.9731

^a 情况 1= 粒子群旋转轴在空间一致铅直取向, 雷达水平发射水平偏振波; 情况 2= 同情况 1, 但雷达水平发射垂直偏振波; 情况 3= 粒子群旋转轴在空间内均匀随机取向; 情况 4= 粒子群旋转轴在水平面内均匀随机取向, 雷达水平发射水平偏振波; 情况 5= 同情况 4 但雷达水平发射垂直偏振波。

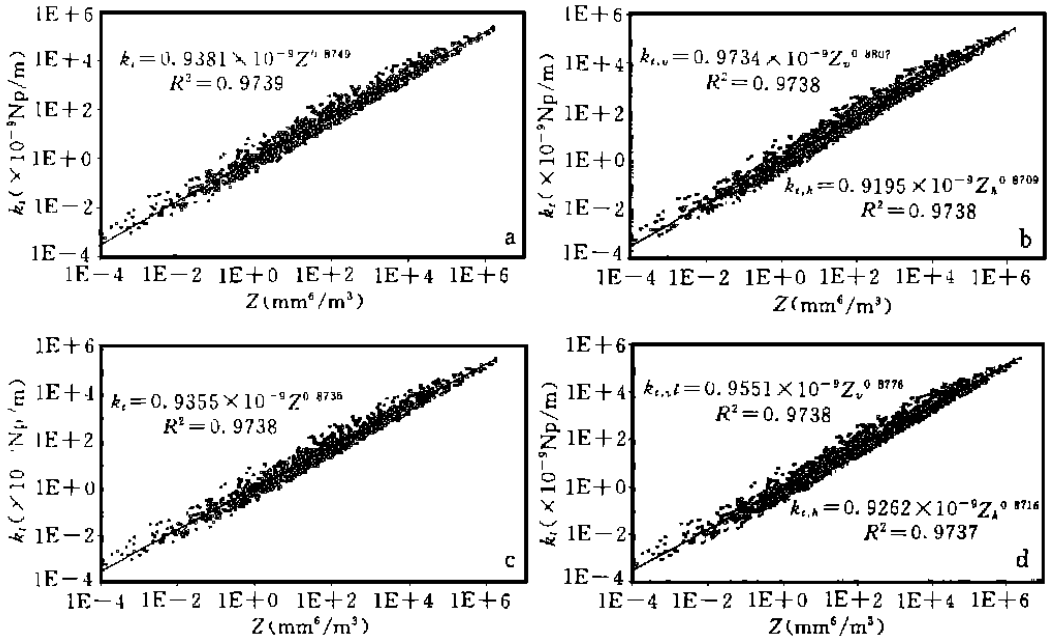


图 1 波长 $\lambda = 5.6\text{ cm}$ 、球形粒子群和小旋转椭球粒子群旋转轴呈 3 种不同取向时的 k_t-Z 关系

(a. 球形粒子群; b. 扁旋转椭球粒子群旋转轴一致铅直取向; c. 扁旋转椭球粒子群旋转轴在空间作均匀随机取向; d. 长旋转椭球粒子群旋转轴在水平面内作均匀随机取向)

由图 1 可见, 在 5.6 cm 波长处, k_t-Z 关系与降水云中雨滴形状有关; 在雨滴为小旋

转椭球型时, k_t-Z 关系还与粒子群旋转轴相对于入射波偏振方向的取向有关。球形粒子群时或扁旋转椭球粒子群旋转轴在空间作均匀随机取向时, k_t-Z 关系与入射波偏振方向无关(图 1a, c), 这是因为粒子群在宏观上表现为各向同性。扁旋转椭球粒子群旋转轴一致铅直取向或长旋转椭球粒子群旋转轴在水平面内作均匀随机取向时, 由于各粒子在垂直方向上的几何尺寸小于在水平方向上的几何尺寸, 从而粒子群在宏观上表现出垂直方向上的极化系数小于在水平方向上的极化系数, 故 k_t 和 Z 都与入射波偏振方向有关, 且 $k_{t,h} > k_{t,v}^{[4]}$ 和 $Z_h > Z_v$ (关于“小旋转椭球粒子群的微波后向散射特征及 $Z-I$ 关系”将另文详细讨论), 因此, k_t-Z 关系也与入射波偏振方向有关, 如图 1b, d 所示。但是, 在入射波水平偏振时 k_t-Z 关系中的系数 α, β 均小于垂直偏振时的值, 计算表明, 这是因为在雨强相同情况下, $k_{t,h} = 1.2 \times k_{t,v}$ 而 $Z_h = 1.4 \times Z_v$, 亦即 $k_{t,v}/Z_v = 1.2 \times k_{t,h}/Z_h$, 两种偏振的 k_t-Z 关系中的系数的取值必须满足这一点。

由表 1 可见, 在 3.2 和 10 cm 波长处, k_t-Z 关系具有相同的上述特征。只是由于 Z 值对波长的依赖很小, 而 k_t 随波长变化很大(近似地与 $\lambda^{1.9}$ 呈反比^[4]), 所以相同条件下的 k_t-Z 关系在 3 个波长处有很大差别, 主要表现在系数 α 近似地与 $\lambda^{1.9}$ 呈反比。

相比之下, 系数 α, β 在给定波长时具有很好的稳定性, 受粒子形状和旋转轴取向的影响很小, 这主要是由于在服从 Gamma 分布(式(3))的小旋转椭球粒子群中, 尺度小的粒子占多数, 它们的轴长比 c/a 很接近于 1。因此, 在非精确计算中可用球形粒子群的 k_t-Z 关系代替小旋转椭球粒子群的 k_t-Z 关系。

由图 1 和表 1 可见, k_t-Z 幂函数相关系数 R^2 虽然与波长有关, 但它随雨滴形状和入射波偏振方向的变化可以忽略, 都在 0.97 以上, 表明 k_t-Z 关系统计显著。

表 2 给出在与表 1 相同条件下仅雨滴等效直径最大值 $D_{e,max}$ 为 0.5 cm 时的计算结果。可见两表具有相同的上述特征。就 α, β 的数值而言, 并未因 $D_{e,max}$ 减小而按比例减小。 α 减小约 1%, β 增大约 1%。虽然对于 3 cm 天气雷达探测降水中 D_e 较大的雨滴, 条件 $D/\lambda \ll 1$ 难以满足, 但是由于在服从 Gamma 分布(式(3))的雨滴谱中, 尺度大的粒子出现几率小, 而 $D_e > 0.5$ cm 的粒子出现几率则极小, 取 $D_{e,max} = 0.5$ 或 1 cm 对结果影响不大。微小的影响, 仅是由于降水很强的个别样本。一般在降水很强时雨滴谱较宽, 计算中因 $D_{e,max}$ 较小而使用截断 Gamma 分布, 从而影响 α, β 的数值。

表 2 在用 $k_t = \alpha \times 10^{-9} Z^\beta$ 表示的 k_t-Z 关系中, 系数 α, β 及相关系数 R^2

在各种情况下的值($D_{e,max} = 0.5$ cm, k_t 和 Z 的单位分别为 $N_p \text{ m}^{-1}$ 和 $\text{mm}^6 \text{ m}^{-3}$)

粒子形状	情况	$\lambda = 3.2 \text{ cm}$			$\lambda = 5.6 \text{ cm}$			$\lambda = 10 \text{ cm}$		
		α	β	R^2	α	β	R^2	α	β	R^2
球		2.9705	0.8914	0.9782	0.9226	0.8846	0.9754	0.2846	0.8820	0.9742
	1	2.9105	0.8892	0.9784	0.9028	0.8819	0.9754	0.2784	0.8791	0.9742
	扁椭球	2.9105	0.8892	0.9784	0.9028	0.8819	0.9754	0.2784	0.8791	0.9742
扁椭球	2	3.0801	0.8950	0.9779	0.9588	0.8890	0.9752	0.2960	0.8867	0.9741
	3	2.9623	0.8909	0.9783	0.9197	0.8839	0.9753	0.2837	0.8813	0.9742
长椭球	4	2.9321	0.8898	0.9783	0.9097	0.8826	0.9754	0.2805	0.8798	0.9742
	5	3.0232	0.8932	0.9781	0.9400	0.8867	0.9752	0.2901	0.8843	0.9741

5 结 论

研究了小旋转椭球粒子群旋转轴呈3种不同取向,而入射电磁波分别为水平发射水平偏振波及水平发射垂直偏振波时的衰减系数 k_t 与雷达反射率因子 Z 之间的关系。用幂函数 $k_t = \alpha Z^\beta$ 表示的 k_t-Z 关系的相关系数 R^2 在 0.97 以上。 k_t-Z 关系在 3.2, 5.6 和 10 cm 这 3 个波长处有很大差别,主要表现在系数 α 近似地与 $\lambda^{1.9}$ 呈反比。虽然在给定波长、计算精度允许或小旋转椭球粒子群取向特征难以估计时,粒子形状对系数 $\alpha \beta$ 的影响可以忽略,但在雨滴为小旋转椭球型时, k_t-Z 关系确与粒子群旋转轴相对于入射波偏振方向的取向有关。所得结果可用于雷达定量测量降水时的衰减订正参考。

参考文献

- 1 马振骅等. 气象雷达回波信息原理. 北京: 科学出版社, 1986, 181pp
- 2 张培昌, 戴铁丕, 杜秉玉等. 雷达气象学. 北京: 气象出版社, 1988. 34~42
- 3 张培昌, 刘传才. 旋转椭球粒子群的雷达气象方程及测雨订正. 南京气象学院学报, 1998, 21(3): 307- 312
- 4 Zhang Peichang, Wang Zhenhui. Attenuation of microwaves by poly-disperse small spheroid particles. Proceedings of SPIE: Microwave remote sensing of the atmosphere and environment. Beijing, 1998, 259- 264

RELATIONSHIP BETWEEN ATTENUATION OF MICROWAVES BY POLYDISPERSE SMALL SPHEROID PARTICLES AND THEIR RADAR REFLECTIVITY FACTOR

Wang Zhenhui Zhang Peichang

(Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing, 210044)

Abstract

By numerical simulation and sampling to dropsize spectra of precipitation consisting of polydisperse small spheroid particles, the relationship between attenuation coefficient and radar reflectivity factor at 3 common-used wavelengths has been studied for the incident microwaves which are transmitted horizontally and polarized either horizontally or vertically. The resulted empirical formula is presented and explanations are made in physical sense. The formula can be applied directly into correction for attenuation to radar echoes during data processing for quantitative measurement of precipitation.

Key words: Small spheroids, Polarized microwaves, Attenuation coefficient, Radar reflectivity factor.