第58卷 第1期
2000年2月

气 象 学 报
ACTA METEOROLOGICA SINICA

Vol. 58, No. 1
Feb., 2000

热带地转适应运动的动力学基础*

巢纪平

(国家海洋环境预报研究中心, 北京, 100081)

摘 要

文中讨论了热带斜压大气地转适应过程中的若干动力学约束关系,在不考虑行星位势涡度梯度的前提下给出了三维重力惯性波的频散方程、位势涡度时间不变式。在这基础上指出由于 Taylor-Proudman 定理成立,运动将趋于水平化。同时指出, 在热带纬圈半地转平衡更易出现。地转适应后的运动, 一般是水平无辐散的, 虽然垂直运动趋于零, 但物理场随高度仍然有变化, 即是层结的。

关键词: 热带斜压大气, 地转适应, 动力学约束。

1 引 言

在重力场和旋转力场作用下的大尺度大气(包括海洋)运动, 其基本状态是静力平衡和地转平衡的。当地转平衡受到破坏出现非地转风后, 将激发出重力惯性波, 随着重力惯性波在无界空间中的频散, 运动的非地转分量消失, 而重新建立起风、压场之间的地转关系。这一过程即为地转适应, 最早是由 Rossby[1, 2]提出的。

在地转适应过程中, 科氏力的作用是不可缺少的, 但不需要考虑由于球面而引起的科氏参数随纬度的梯度, 即行星涡度梯度。因为若计入行星涡度梯度, 将激发出低频的行星波(长波或 Rossby 波)。这样运动将达不到地转的平衡状态, 而将较慢地随时间演变。在地转适应过程中, 由于行星涡度的存在, 对运动有一个重要的约束关系, 称为位势涡度的时间不变式, 它最早由 Oboukhov[3]提出。由于位势涡度时间不变式, 使我们不必去研究地转平衡的建立过程, 而只需要研究过程的最终状态, 这给研究带来了极大的方便。

关于中、高纬度地转适应中的一些动力学约束关系, 经叶笃正、曾庆存等[4, 5]的研究后已十分清楚了(参见文献[6]以及最近的评述文章[7])。对于热带地区, 过去由于认为柯氏参数f(= $2\Omega\sin\Psi$, Ω为地转角速度, Ψ为纬度) 很小, 是否仍然存在地转适应过程是一个可值得质疑的问题, 很少有人探讨。但注意到, 实际的热带大气和海洋状态表明, 其纬圈风(如信风带或 Walker 环流中的高、低空的东、西风带) 或纬圈流(如南、北赤道洋流) 是不小的, 可达到10^0 m/s 或10^0 cm/s 的量级, 因此其科氏力可以不小, 且压力在经圈方向的梯度并不大, 因此至少在纬圈方向出现地转平衡是可能的。事实上, Gill[8]研究在低频演变运动的模式中, 已用了纬圈地转平衡的长波近似。鉴于此, 最近巢纪平和林永辉[9] 研究了热带

* 初稿时间: 1998年3月19日; 修改稿时间: 1998年9月8日。
资助课题: 国家自然科学基金(项目号49775260)。

大气和海洋的纬圈半地转平衡的建立,同时也指出,在海洋经圈边界附近,经圈流速很大,因此在这样特殊的地区,建立经圈地转平衡也是可能的。

在此后的一些论文中,将进一步研究热带大气和海洋的地转适应运动。而文中先给出适应过程中动力学的一些约束关系。至于由于行星涡度梯度的存在,地转适应完成后,运动进入到较缓慢变化的发展(或称演变)阶段的情况,以及非线性对流项的作用将另文再讨论。

2　基本方程

在赤道 $\beta(f=\beta_y)$ 平面近似下,Boussinesq 流体的基本运动方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\beta_{yv}=-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\rho_0}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\beta_{yu}=-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{p}{\rho_0}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{3}$$

$$\frac{g}{\theta_0}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{p}{\rho_0}\right) \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}z}w=0 \tag{5}$$

式中 ρ_0, θ_0 分别为背景场的密度和位温,其他符号同常用。

设大气的特征厚度为 H ,则可引进重力内波波速, 为

$$C=\left(\frac{g}{\theta_0}\frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}z}H^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{6}$$

引进特征量

$$(x,y)=\left(\frac{C}{2\beta}\right)^{\frac{1}{2}}(x',y'),\quad z=Hz',\quad t=(2\beta C)^{-\frac{1}{2}}t',\quad (u,v)=C(u',v'),$$

$$w=(2\beta C)^{\frac{1}{2}}Hw'\quad \frac{p}{\rho_0}=C^2\varphi',\qquad =\frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}z}H\quad ' \tag{7}$$

式中特征长度为赤道 Rossby 变形半径,特征时间为扰动以速度 C 传过这一变形半径时所需的时间,无量纲方程为(略去“ ′”号)

$$\epsilon_1\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{1}{2}yv=-\frac{\partial\varphi}{\partial x} \tag{8}$$

$$\epsilon_2\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{1}{2}yu=-\frac{\partial\varphi}{\partial y} \tag{9}$$

$$\epsilon_3\frac{\partial}{\partial t}+w=0 \tag{10}$$

$$=\frac{\partial\varphi}{\partial z} \tag{11}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{12}$$

式中 $\epsilon_{=1,2,3}$ 为引进的标识符,其值取1或0, 当取0值时,式(8～10)简化成

$$\frac{1}{2}yv = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \tag{13}$$

$$\frac{1}{2}yu = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \tag{14}$$

$$w = 0 \tag{15}$$

即运动是地转的和水平的, 而式(11)表明运动又是静力平衡的, 如果边界上垂直运动为零, 则由式(15)导出

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{16}$$

即平衡状态下的运动是水平无辐散的。适应过程要研究的是怎样达到这样的平衡状态。

如果设运动的垂直分布为

$$(w,\ ) = \sum_m (W(x, y, t), \theta(x, y, t)) \sin m\pi z \tag{17}$$

$$(u, v, \varphi) = \sum_m (U(x, y, t), V(x, y, t), \Phi(x, y, t)) \cos m\pi z \tag{18}$$

则以上各式给出

$$\epsilon_1 \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{1}{2}yV = - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \tag{19}$$

$$\epsilon_2 \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}yU = - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \tag{20}$$

$$\epsilon_3 \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{m^2\pi^2}\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) = 0 \tag{21}$$

因此, 只要将重力内波波速改写成

$$C = \left[g\left(\frac{1}{\theta_0}\frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}z}\frac{H^2}{m^2\pi^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \tag{22}$$

式(21)即可写成

$$\epsilon_3 \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \tag{23}$$

式(19), (20)和(23)称为等值浅水运动方程, 而

$$h_m = \left(\frac{1}{\theta_0}\frac{\mathrm{d}\theta_0}{\mathrm{d}z}\frac{H^2}{m^2\pi^2}\right) \tag{24}$$

称为等值高度。这表明, 等值浅水模式并不一定是正压的, 而只是说, 对任一个垂直本征模来讲, 其水平结构方程很像正压运动[10]。文中将直接分析方程(8)～(12), 但如果在某些情况下应用式(19), (20)和(23)并不意味着讨论的一定是正压运动, 而只是讨论了在垂直方向的某一模态。

如运动不处在平衡状态, 则 u, v, w 可以用 φ 表示:

$$\epsilon_1\epsilon_2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{4}y^2 u = -\left(\epsilon_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial x} + \frac{1}{2}y\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) \tag{25}$$

$$\epsilon_1\epsilon_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{1}{4}y^2 v = -\left(\epsilon_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial y} - \frac{1}{2}y\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) \tag{26}$$

$$\epsilon_1\epsilon_2 \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial z} - \frac{1}{4}y^2 \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\epsilon_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \epsilon_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right) \tag{27}$$

由此可以得到对变量 v 的单一方程, 为

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\frac{\partial^4 v}{\partial t^2\partial z^2}+\epsilon_2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\epsilon_1\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\epsilon_3\frac{1}{4}y^2\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right]+\frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x}=0 \tag{28}$$

显而易见, 这是斜压大气的 Matsuno 方程[11]。最后不带 ϵ_i 的项是由于考虑了行星涡度梯度而得到的, 由于有这一项, 在式(28)中除包含有高频的重力惯性波外, 尚有低频的 Rossby 波, 如前述, 在讨论地转适应过程时, 将不考虑由于行星涡度梯度而激发出的低频 Rossby 波。我们将遵循这一约定: 即保留行星涡度的经圈不均匀性(赤道 β 平面的几何效应), 但不引进由其梯度产生的动力效应, 事实上这是过滤掉低频波的一种方法。不作这样的假定, 把快的适应过程和慢的演变过程统一起来处理的方法将在另文中给出。

3 三维重力惯性波动方程

略去式(28)不带 ϵ_i 的项, 得到

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\frac{\partial^4 v}{\partial t^2\partial z^2}+\epsilon_2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\epsilon_1\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\epsilon_3\frac{1}{4}y^2\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right]=0 \tag{29}$$

对时间积分一次, 给出

$$\begin{aligned}&\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\frac{\partial^4 v}{\partial t^2\partial z^2}+\epsilon_2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\epsilon_1\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\epsilon_3\frac{1}{4}y^2\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}=\\&\left[\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\frac{\partial^4 v}{\partial t^2\partial z^2}+\epsilon_2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\epsilon_1\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\epsilon_3\frac{1}{4}y^2\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right]_{t=0}\end{aligned} \tag{30}$$

将式(26)及(10)～(12)应用到上式右边, 可改写成

$$\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\frac{\partial^4 v}{\partial t^2\partial z^2}+\epsilon_2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\epsilon_1\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\epsilon_3\frac{1}{4}y^2\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\epsilon_2\frac{\partial v}{\partial x}-\epsilon_1\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\epsilon_3\frac{1}{2}y\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right]_{t=0} \tag{31}$$

显而易见, 右端括号中的量是一位势涡度, 这式表明, 在斜压大气中以经圈速度为表征的波动, 可以是在初始时刻位势涡度的纬圈梯度作用下被激发出来的, 而这一波动即为赤道 β 平面中的斜压重力惯性波。事实上, 这可以做下面简单的处理后看出, 令式(31)右端为

$$F(x,y,z,0)=\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\epsilon_2\frac{\partial v}{\partial x}-\epsilon_1\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\epsilon_3\frac{1}{2}y\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right]_{t=0}=\sum_m F_m(x,y,0)\cos m\pi z \tag{32}$$

而由式(18)

$$v(x,y,t)=\sum_m V_m(x,y,t)\cos m\pi z \tag{33}$$

则式(31)给出

$$\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3 m^2\pi^2\frac{\partial^2 V_m}{\partial t^2}-\left(\epsilon_2\frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2}+\epsilon_1\frac{\partial^2 V_m}{\partial y^2}-\frac{1}{4}m^2\pi^2y^2V_m\right)=F_m(x,y,0) \tag{34}$$

方程左端是 Klein 波动算子, 在这里它描写的是赤道 β 平面中的重力惯性波。

类似地, 容易得到下面的波动方程

$$\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\frac{\partial^4 u}{\partial t^2\partial z^2}+\epsilon_2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\epsilon_1\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\epsilon_3\frac{1}{4}y^2\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=-\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\epsilon_2\frac{\partial v}{\partial x}-\epsilon_1\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\epsilon_3\frac{1}{2}y\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right]_{t=0} \tag{35}$$

这表明, 重力惯性波中的纬圈风受初始时刻位势涡度的经圈梯度制约。对 φ 有

$$\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial t^2 \partial z^2} + \epsilon_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \epsilon_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \epsilon_3 \frac{1}{4} y^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{2} y \left[\left(\epsilon_2 \frac{\partial v}{\partial x} - \epsilon_1 \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \epsilon_3 \frac{1}{2} y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right]_{t=0} \tag{36}$$

而波动中的重力位势高度场, 直接受位势涡度制约。对 w 有

$$\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3 \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial z^2} + \epsilon_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \epsilon_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \epsilon_3 \frac{1}{4} y^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \tag{37}$$

注意到, 垂直运动的频散特征与其他物理量不同, 它没有初始时刻的位势涡度梯度支持, 能激发它的只能是初始时刻的垂直运动或垂直运动的时间变化, 或者, 边界上的垂直运动。

4 位势涡度时间不变式

将式(26)及(10)～(12)应用到式(31)左边, 并对 x 积分一次, 给出

$$\epsilon_2 \frac{\partial v}{\partial x} - \epsilon_1 \frac{\partial u}{\partial y} + \epsilon_3 \frac{1}{2} y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \left[\epsilon_2 \frac{\partial v}{\partial x} - \epsilon_1 \frac{\partial u}{\partial y} + \epsilon_3 \frac{1}{2} y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right]_{t=0} \tag{38}$$

即为位势涡度的时间不变式, 它在研究适应过程的最终状态时有重要的作用。同样也可由式(35)或(36)导出此式。

5 Taylor-Proudman 定理

在旋转力场作用下的流体运动, 沿旋转轴方向的速度分量消失, 即为 Taylor-Proudman 定理[12]。对于地球大气旋转力表现为科氏力, 在科氏力作用下大尺度运动的垂直速度很小, 即运动将趋于水平化, 为 Taylor-Proudman 在大气运动中的具体表现。

在热带, 虽然科氏力很小, 但仍受 Taylor-Proudman 定理的制约。

设 $$z = 0, 1 \qquad w = 0 \tag{39}$$

w 可写成

$$w = \sum_m W_m(x, y, t) \sin m\pi z \tag{40}$$

由此对任一个 m, 方程(37)给出(略去标识符)

$$m^2\pi^2 \frac{\partial^2 W_m}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 W_m}{\partial y^2} + m^2\pi^2 \frac{1}{4} y^2 W_m = 0 \tag{41}$$

作变换

$$\tau = \frac{t}{\sqrt{m\pi}}, \quad X = \sqrt{m\pi}\, x, \quad Y = \sqrt{m\pi}\, y \tag{42}$$

式(41)可改写成

$$\frac{\partial^2 W_m}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 W_m}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 W_m}{\partial Y^2} + \frac{1}{4} Y^2 W_m = 0 \tag{43}$$

初始条件为

$$\tau = 0, \quad W_m = \Phi_{1m}(X, Y), \quad \frac{\partial W_m}{\partial \tau} = \Phi_{2m}(X, Y) \tag{44}$$

边界条件为

$$X \to \infty, \quad W_m \to 0 \tag{45}$$

将变量在 Y 方向用 Weber 函数展开, 即

$$W_m(X, Y, \tau) = \sum_n W_{mn}(X, \tau) D_n(Y) \tag{46}$$

$$\Phi_{1m}(X, Y) = \sum_n \Phi_{1mn}(X) D_n(Y) \tag{47}$$

$$\Phi_{2m}(X, Y) = \sum_n \Phi_{2mn}(X) D_n(Y) \tag{48}$$

于是

$$\frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial X^2} + \left(n + \frac{1}{2}\right) W_{mn} = 0 \tag{49}$$

$$\tau = 0, \quad W_{mn} = \Phi_{1mn}(X), \quad \frac{\partial W_{mn}}{\partial \tau} = \Phi_{2mn}(X) \tag{50}$$

$$X \to \infty, \quad W_{mn} \to 0 \tag{51}$$

其解为

$$W_{mn} = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{1mn}(X') \frac{J_1\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\sqrt{\tau^2 - (X - X')^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - (X - X')^2}} \mathrm{d}X' +$$

$$\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{2mn}(X') J_0\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\sqrt{\tau^2 - (X - X')^2}\right) \mathrm{d}X' \tag{52}$$

式中 J_ν 为贝塞尔函数。

若初始扰动只局限一有限的区间内, 则根据贝塞尔函数的性质, 容易得到, 当 $\tau \to \infty$ 时, $W_{mn} \to 0$, 即运动趋于水平化, 此即 Taylor-Proudman 定理。如果时间是有限的(但很大), 虽然 W_{mn} 仍有值, 但其值已很小, 因此运动仍然是准水平的。就这一点来讲, 在科氏力场作用下热带大尺度运动, 具有和中、高纬度大尺度运动接近水平的动力学性质。

6 重力惯性波的频散

上节已研究了重力惯性波的频散, 但由于垂直运动场没有初始位势涡度梯度的支持, 因此初始垂直运动的影响将很快消失, 对其它的场因有位势涡度的支持, 其动力学行为将变得不同。

如对经圈风, 由方程(34)可得到(略去标识符)

$$\frac{\partial^2 V_m}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 V_m}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 V_m}{\partial Y^2} + \frac{1}{4} Y^2 V_m = F_m / m\pi \tag{53}$$

初始条件和边界条件分别为

$$\tau = 0, \quad V_m = \Phi_{1m}(X, Y), \quad \frac{\partial V_m}{\partial \tau} = \Phi_{2m}(X, Y) \tag{54}$$

$$X \to \infty, \quad V_m \to 0 \tag{55}$$

将变量在 Y 方向用 Weber 函数展开成

$$V_m(\tau, X, Y) = \sum_n V_{mn}(\tau, X) D_n(Y) \tag{56}$$

则问题变为

$$\frac{\partial^2 V_{mn}}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 V_{mn}}{\partial x^2}+\left(n+\frac{1}{2}\right)V_{mn}=F_{mn}/m\pi \tag{57}$$

$$\tau=0,\quad V_{mn}=\Phi_{1mn}(X),\quad \frac{\partial V_m}{\partial\tau}=\Phi_{2mn}(X) \tag{58}$$

$$X\to\infty,\qquad V_{mn}\to 0 \tag{59}$$

其解为

$$\begin{aligned}V_{mn}=&\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_{1mn}(X')\frac{J_1\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\sqrt{\tau^2-(X-X')^2}\right)}{\sqrt{\tau^2-(X-X')^2}}\mathrm{d}X'+\\ &\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_{2mn}(X')J_0\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\sqrt{\tau^2-(X-X')^2}\right)\mathrm{d}X'+\\ &\frac{1}{2m\pi}\int_0^{\tau}\int_{-\infty}^{\infty}F_{mn}(X')J_0\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\sqrt{\tau'^2-(X-X')^2}\right)\mathrm{d}X'\mathrm{d}\tau'\end{aligned} \tag{60}$$

注意到, 当时间充分长后, 初值的影响消失很快, 解的主要贡献部分来自位势涡度梯度的影响, 为

$$V_{mn}=\frac{1}{2m\pi}\int_0^{\tau}\int_{-\infty}^{\infty}F_{mn}(X')J_0\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\sqrt{\tau'^2-(X-X')^2}\right)\mathrm{d}X'\mathrm{d}\tau' \tag{61}$$

其时间导数为

$$\frac{\partial V_{mn}}{\partial\tau}=\frac{1}{2m\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F_{mn}(X')J_0\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\sqrt{\tau^2-(X-X')^2}\right)\mathrm{d}X' \tag{62}$$

设 F_{mn} 只集中在原点附近, 则可近似地表示成

$$F_{m,n}=A_{m,n}\delta(X) \tag{63}$$

式中 $\delta(X)$ 为 Delta 函数, 于是式(61), (62) 分别为

$$V_{mn}=\frac{A_{mn}}{2m\pi}\int_0^{\tau}J_0\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\sqrt{\tau'^2-X^2}\right)\mathrm{d}\tau' \tag{64}$$

$$\frac{\partial V_{mn}}{\partial\tau}=\frac{A_{mn}}{2m\pi}J_0\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\sqrt{\tau^2-X^2}\right)\mathrm{d}\tau' \tag{65}$$

由此可见, 在 $\tau>x$ 的区域中, 当 $\tau\to\infty$ 时, 式(65) 的渐近性态为

$$\frac{\partial V_{mn}}{\partial\tau}\sim 0(\tau^{-\frac{1}{2}}) \tag{66}$$

即经圈风的时间导数按 $\tau^{-\frac{1}{2}}$ 次幂衰减。但这时在原点($X=0$) 式(64) 给出

$$V_{mn}(0,\tau\to\infty)=\frac{A_{mn}}{2m\pi}\int_0^{\infty}J_0\left(\sqrt{n+\frac{1}{2}}\tau'\right)\mathrm{d}\tau'=\frac{A_{mn}}{2m\pi\sqrt{n+\frac{1}{2}}} \tag{67}$$

可见, 其渐近值为有限, 这表明在初始时刻位势涡度的纬圈梯度作用下, 随着重力惯性波的频散, 经圈流将被保留下来。巢纪平和林永辉曾计算当 $n=1$ 时在原点经圈流随时间的

演变[13]。计算表明,约当10个无量纲时间后,由式(67)算出的估计值已接近计算值。在正常的参数值下,对热带大气一个特征时间约为一个星期,10个特征时间约相当于10个星期,这表明重力惯性波的频散速度并不是太快的。但注意到计算是对$n=1$的扰动而言的,对$n>1$的扰动频散自然要更快些。这表明由于重力惯性波的频散,使物理场在经圈方向趋于大尺度化。

7 准地转平衡和水平无辐散

设纬圈非地转平衡分量为

$$X_u = \frac{1}{2}yu + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \tag{68}$$

则在不考虑行星涡度梯度的约定下,由式(35)和(36)可得到

$$\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\frac{\partial^4 X_u}{\partial t^2\partial z^2} + \epsilon_2\frac{\partial^2 X_u}{\partial x^2} + \epsilon_1\frac{\partial^2 X_u}{\partial y^2} + \epsilon_3\frac{1}{4}y^2\frac{\partial^2 X_u}{\partial z^2} = 0 \tag{69}$$

由以上的讨论可见,由于纬圈非地转风分量没有初始位势涡度梯度支持,如果也没有边界效应,则初始时刻的非地转风将以重力惯性波的方式被频散掉,而建立起新的纬圈地转平衡。

类似地,可设经圈非地转平衡分量为

$$X_v = \frac{1}{2}yv - \frac{\partial\varphi}{\partial x} \tag{70}$$

由式(31)和(36)给出

$$\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\frac{\partial^4 X_v}{\partial t^2\partial x^2} + \epsilon_2\frac{\partial^2 X_v}{\partial x^2} + \epsilon_1\frac{\partial^2 X_v}{\partial y^2} + \epsilon_3\frac{1}{4}\frac{\partial X_v}{\partial z^2} = 0 \tag{71}$$

同样地,由于没有初始位势涡度梯度的支持,初始经圈非地转风分量也将以重力惯性波的方式被频散掉,而重新建立起新的经圈地转平衡。

在另一方面,如设水平辐散为

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \tag{72}$$

则由式(30)和(35)得到

$$\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\frac{\partial^4 D}{\partial t^2\partial z^2} + \epsilon_2\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + \epsilon_1\frac{\partial^2 D}{\partial y^2} + \epsilon_3\frac{1}{4}\frac{\partial^2 D}{\partial z^2} = 0 \tag{73}$$

由此可见,如果没有边界效应,当时间充分长后将有$t\to\infty$,$D\to 0$,即运动将趋于水平无辐散。

由这些讨论可知,如果不考虑行星涡度梯度的动力作用,运动的最终状态即为由式(13)~(16)所表示的,是地转的、水平的和无辐散的。

然而,物理场可以在垂直方向分布为层结,这一方面是因为当Taylor-Proudman定理成立时,有

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial t\partial z} = 0 \tag{74}$$

即运动的最终状态,位温将趋于定常,而如果初始时刻位温随高度有分布,则最终状态时

的位温将具有相同的垂直分布, 或者对气压而言有

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{t=0} \tag{75}$$

即气压随高度的分布同初始时刻。在另一方面, 由于 u, v, φ在适应过程完成后将保留下来, 而这些物量随高度是有分布的(展式(18) 表明) 。

8 结 论

在赤道 β 平面近似下, 如果不考虑行星涡度梯度的动力影响, 即不考虑低频及 Rossby 波的作用, 则热带运动的最基本状态是地转的、水平的、无辐散的, 但可以是层结的。所有这些特征将通过重力惯性波的频散来实现, 而初始位势涡度梯度为支持这样的运动起了重要的作用, 否则最终状态是静态。

文中给出了地转适应运动中若干动力学约束, 应用这些动力学基础可以对热带地转或半地转的适应后的状态作进一步讨论。

参考文献

1 Rossby C G. On the mutual adjustment of pressure and velocity distribution in certain simple current system I. J Mar Res, 1937, 1: 15- 28

2 Rossby C G. On the mutual adjustment of pressure and velocity distribution in certain simple current systems II. J Mar Res, 1938, 2: 239- 263

3 Oboukhov A M. The problem of the geostrophic adaptation. Izvestiya of Academy of Science USSR, Ser Geography and Geophysics, 1949, 13, 281- 189

4 Yeh T C. On the formation of quasi-geostrophic motion in the atmosphere. J Meteor Soc Japan, 1957, 130- 134

5 曾庆存. 大气中的适应过程和发展过程(一) 和(二) . 气象学报, 1963, 33, 163～174, 281～189

6 叶笃正, 李麦村. 大气运动的适应问题. 北京: 科学出版社, 1965

7 叶笃正, 巢纪平. 论大气运动的多时态特征—— 适应、发展和准定常演变. 大气科学, 1998, 22, 385～398

8 Giil A E. Some simple solution of the heat-induced tropical circulation. Quart J Roy Meteor Soc, 106, 447- 462

9 Chao J P, Lin Y H. The foundation and movement of tropical semi-geostrophic adaptation. Acta Meteor Sinica, 1996, 10, 129- 141

10 Moore D W, Philander S G M. Modelling of the tropical ocean circulation. In "The sea" Goldberg E D, etc eds. New York: Wiley (Interscience), 1977, 6: 319- 362

11 Matsuno T. Quasi-geostrophic motion in the equatorial area. J Meteor Soc Japan, 1966, 44, 25- 43

12 Pedlosky J. Geophysical Fluid Dynamics. New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 1979

ON THE DYNAMICAL BASIS OF GEOSTRAPHIC MOTION IN TROPICS

Chao Jiping

(*National Marine Environmental Forecasting Center*, *Beijing*, 100081)

Abstract

Some conditions of dynamic contract of geostraphic motion in the tropical baroclinic atmosphere are given. The equation of dispassion of gravity-intertia wave and the equation of potential voticity time irrelevance are obtained. It is indicated that motions approach horizontal based on the right of Taylor-proudman theorem in tropics. The motions become horizontal and nondivergence but still are stratificative after geostraphic balance established.

Key words: Baroclinic atmosphere, Geostrophic adaptation, Dynamical control.

《气象学报》连续两年进入 SA 等检索系统

当前最具有权威性的国际6大检索系统有: SCI, EI, CA, SA, 苏联文摘杂志和日本科技文献速报。根据中国科技论文与分析数据库(CSTPC) 1999年10月提供的“期刊检索报告”得知, 中国气象学会主办的《气象学报》中文版仍被英国的《科学文摘》(SA) 和日本科技文献速报两大检索系统收录。