

奇异值分解方法在季降水预测中的应用*

谢炯光 秦冰冰 王静渊

(广州中心气象台, 广州, 510080)

摘要

用奇异值分解方法对冬季北太平洋海表温度与广东省4-6月降水量之间的关系进行了计算, 得出奇异向量分布型。对前6对奇异向量进行了分析, 并用历史资料进行了反查检验, 用1994年和1995年的海温型进行了广东的降水趋势预测。

关键词: 奇异值分解, 海表温度, 季降水量。

1 引言

大气与海洋通过海气交界面的相互作用耦合在一起, 海洋向大气输送的感热和潜热是加热大气, 驱动大气运动的主要能源。任一海域的海温异常及其产生的异常加热都会导致大气运动和季节天气的异常变化。而北太平洋海温的异常变化对我国东部汛期降水的关系已有不少文献介绍过(文献[1—4])。本文利用奇异值分解方法去揭露北太平洋冬季(12-2月)海温场与广东省前汛期(4-6月)降水场之间的相互关系, 进而用海温型的变化来预测广东前汛期降水的变化趋势。对1951-1993年的资料进行了反查验证, 并对1994和1995年进行了试报。

2 奇异值分解方法原理及资料

2.1 原理

奇异值分解^[5-6]是对两个要素场的交叉协方差阵的对角化, 并找到两要素场中若干对相对应的空间分布, 且少数的几对特征向量能解释要素场的大部分方差。因此奇异值分解方法是研究两个场相互关系的有效方法。

设有两个要素场: $Y_{p \times n}$ (预报量场) 和 $X_{q \times n}$ (预报因子场), 其中

$$Y_{p \times n} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \text{-----} \\ y_{p1} & y_{p2} & \dots & y_{pn} \end{bmatrix}$$

* 初稿时间: 1995年6月9日; 修改稿时间: 1995年9月26日。

$$X_{q \times n} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{q1} & x_{q2} & \dots & x_{qn} \end{bmatrix}$$

这两个场的协方差矩阵为:

$$C_{q \times p} = X_{q \times n} Y_{p \times n}$$

$C_{q \times p}$ 的奇异值分解为:

$$C_{q \times p} = L_{q \times m} \quad \begin{matrix} m \times m \\ R_{m \times p} \end{matrix} \quad (1)$$

这里 L 是 $q \times m$ 阶矩阵, 称为 C 的左奇异向量, $L L^T = I$; R 是 $p \times m$ 阶矩阵, 称为 C 的右奇异向量, $R R^T = I$ 。其中 $m = \min(q, p)$ 。

是 $m \times m$ 对角阵。

$$= \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_m \end{bmatrix}$$

$\sigma_1, \dots, \sigma_m$ 为 C 矩阵的奇异值。式(1)也可以写成:

$$C = \sum_{i=1}^m \sigma_i l_i r_i \quad (2)$$

第 i 对空间分布型(即 L_i, R_i) 所能解释的协方差为奇异值 σ_i , 占总协方差的百分比为:

$$P = \frac{\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2} \quad (3)$$

对于前 h 对奇异向量(空间分布型) 所解释的方差占原资料场的协方差百分比为:

$$P_h = \frac{\sum_{i=1}^h \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2} \quad (4)$$

对要研究的预报量场与预报因子场用奇异值分解展开后, 可根据式(3)和式(4) 计算其展开的精度, 决定所需选取的奇异向量对的数目。

2.2 资料

本文海温资料取自 WMO 全球格点报, 1951-1994年, 网格点距 $5^\circ \times 5^\circ$; 用12月、1月和2月3个月的平均值定义冬季海表温度。降水资料取自广东省气表1, 用4月、5月和6月的总雨量定义为广东省前汛期降水量, 取值范围见图1。

3 北太平洋海表温度场与广东省汛期降水量场的奇异值分解结果

利用前节的原理和资料对北太平洋海表温度场与广东省前汛期降水量场进行奇异值

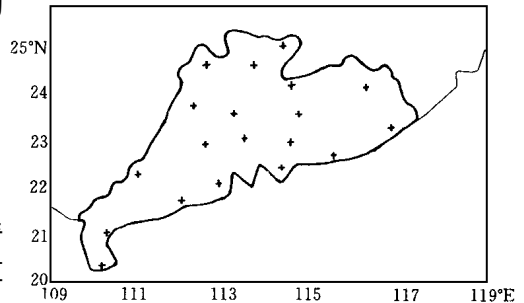


图1 广东省19个代表站分布

分解,表1列出了前6对奇异向量的方差贡献和累积方差贡献。由表中可见,前6对奇异向量的累积方差贡献占了总方差的86.7%,因此取前6对奇异向量作为基本分解的向量对,每一对奇异向量分别对应于北太平洋海表温度和广东省前汛期降水的一种空间分布型。研究这6对奇异向量的对应关系,即可以较真实地反映冬半年北太平洋海表温度场的变化与广东省前汛期降水场变化的对应关系和变化特征。

表1 前6对奇异向量的解释方差(%)

| 奇异向量 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 方差贡献 | 29.4 | 24.0 | 14.0 | 9.2 | 5.6 | 4.5 |
| 累积贡献 | 29.4 | 53.4 | 67.4 | 76.6 | 82.2 | 86.7 |

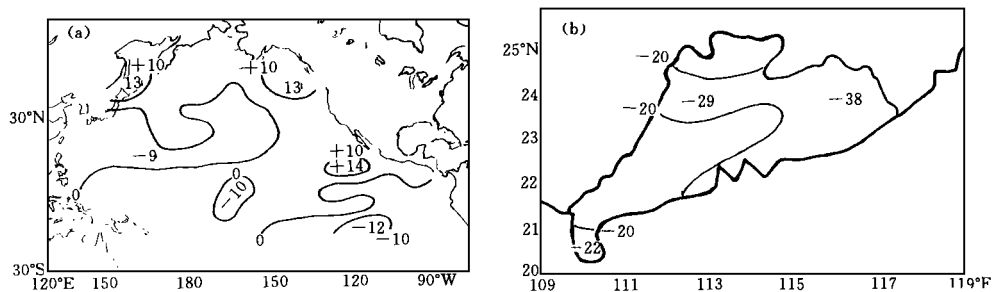


图2 冬季北太平洋海表温度与广东4-6月降水量奇异值分解的第一对空间分布型
(a. SST分布型, b. 广东4-6月雨量分布型)

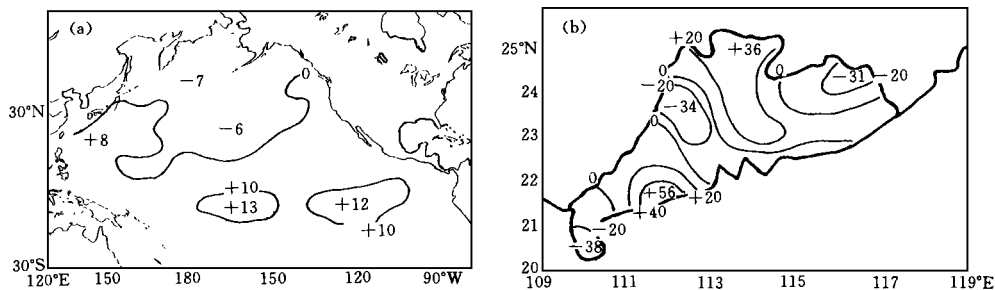


图3 冬季北太平洋海表温度与广东4-6月降水量奇异值分解的第二对空间分布型
(a. SST分布型, b. 广东4-6月雨量分布型)

图2为北太平洋海表温度与广东4-6月降水量奇异值分解得到的第一对奇异向量分布。由图可见,广东4-6月全省降水量分布为负,负中心在广东省东北部,西北偏南和雷州半岛。与这种分布相对应的冬季太平洋海表温度为赤道东太平洋海温偏低,西北太平洋偏

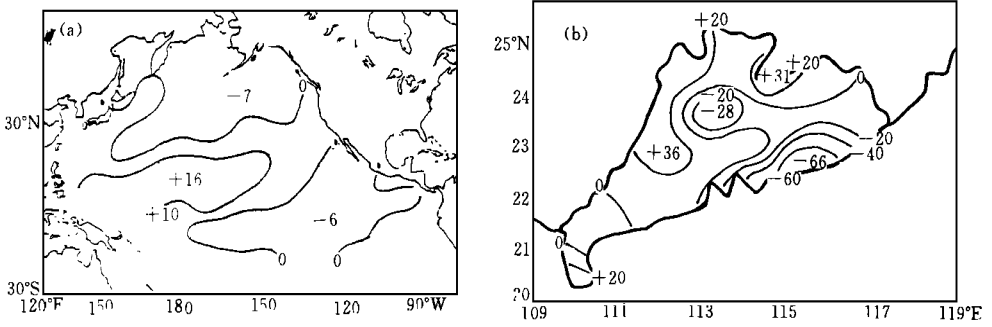


图4 冬季北太平洋海表温度与广东4-6月降水量奇异值分解的第三对空间分布型
(a. SST分布型, b. 广东4-6月雨量分布型)

高, NIN O1+2区及暖池海区偏低, 加利福尼亚寒流区海温偏高。

图3为第2对奇异向量分布, 赤道东太平洋海区海温偏高, 西北太平洋海温偏低, N1-N O1+2区海温偏高, 暖池和加利福尼亚寒流区相对偏低, 与此相对应的广东4-6月降水量分布为西部、中部偏东为正, 东北和中部偏西为负, 西南偏东为正, 西南偏西为负。此型的海温分布与厄尔尼诺年十分相似。

图4为第3对奇异向量分布, 图4与图3相反, 赤道东太平洋地区海温偏低, 西北太平洋海温偏高, 暖池海温偏高。对应广东省4-6月降水量分布为东南部和西北部偏南地区为负, 其余为正。总趋势是降水偏多的年份。此型海温分布与反厄尔尼诺年十分相似。

4 用海温型的变化统计预测广东前汛期降水趋势

虽然用奇异值分解方法得出了海温与降水场6对耦合型的关系, 由于海温场与降水场之间相对应的变化比较复杂, 每一年的对应总会有些差别, 要把它用到业务中, 还需要进行考察、分析, 必要时作些充实和修正。而在实际业务使用中, 我们又是侧重于考虑多雨和少雨两种情况, 所以我们着重对多雨和少雨年的海温和降水场的对应关系进行反查、分析、归纳、充实。看看这种方法对降水的两种极端情况的可预报性如何? 这样, 就可以根据反查的情况, 进一步了解6对奇异向量的预报能力, 并作适当的补充修正, 最后用这6种耦合型的变化来决定未来广东4-6月的降水趋势。

4.1 广东省汛期降水与奇异向量的统计

求出6对奇异向量分布型后, 利用每一对耦合场的关系来进行预测估计。为此首先对43年的资料进行反查检验分析。步骤如下: 1. 首先找出广东汛期多雨年和少雨年。本文定义多雨年标准为: 全省19个代表站中, 有14个以上的站季雨量为正, 且降水正距平百分率

20%的站达7站以上。符合多雨年标准的有: 1957, 1959, 1965, 1972, 1973, 1975, 1978, 1984, 1993年, 少雨年标准为: 全省19个代表站中有14个以上的站季雨量距平值为负, 且降水距平百分率 -20%的站达12站以上。符合少雨年标准的有: 1956, 1958, 1963, 1967, 1977, 1985, 1988, 1991年。

表2 多雨年与奇异向量及厄尔尼诺事件的关系统计

| 年 份 | 对应的奇异向量 | 4-6降水距平百分率为正的站数 | 4-6降水距平百分率 + 20%的站数 | 厄尔尼诺事件 起始、结束 |
|------|---------|-----------------|---------------------|------------------|
| 1957 | 4 | 14 | 7 | |
| 1959 | 2 | 17 | 11 | 1957. 11 1958. 8 |
| 1965 | 6 | 16 | 8 | |
| 1972 | 6 | 16 | 8 | |
| 1973 | 3 | 17 | 13 | |
| 1975 | 2 | 16 | 7 | |
| 1978 | 3 | 17 | 8 | 1976. 6 1977. 3 |
| 1984 | 2 | 18 | 17 | |
| 1993 | 3 | 18 | 15 | 1991. 5 1992. 8 |

表3 少雨年与奇异向量及厄尔尼诺事件的关系统计

| 年 份 | 对应的奇异向量 | 4-6降水距平百分率为负的站数 | 4-6降水距平百分率 - 20%的站数 | 厄尔尼诺事件 起始、结束 |
|------|---------|-----------------|---------------------|------------------|
| 1956 | 1 | 14 | 12 | |
| 1958 | 2 | 19 | 16 | 1957. 4 1958. 8 |
| 1963 | 1 | 19 | 19 | |
| 1967 | 1 | 18 | 14 | |
| 1977 | 2 | 15 | 8 | 1976. 6 1977. 3 |
| 1985 | 1 | 17 | 12 | |
| 1988 | 2 | 18 | 12 | 1986. 10 1988. 3 |
| 1991 | 1 | 18 | 13 | |

表2和表3是广东省4-6月多雨(少雨)年与奇异向量及厄尔尼诺事件的关系统计,结合冬半年海表温度场各海区的温度进行分析,得如下初步结论:

(1) 对多雨反查分析结论

① 冬季海温分布型相似第2左奇异向量型,且是 ENSO 现象结束后第二年,则广东汛期降水偏多。

② 冬季海温分布型相似第3、第6左奇异向量型,则降水偏多。

③ 冬季暖池范围海域海表温度高,广东汛期降水偏多的可能性大。

(2) 对少雨反查分析结论

① 冬季海温如相似第2左奇异向量型且当年为 ENSO 年,则广东汛期降水偏少。

② 冬季海温如相似第1左奇异向量,则广东汛期降水偏少。

③ 加利福尼亚寒流海域海温高,暖池海温偏低,广东汛期雨量偏少。

4.2 1994和1995年的预测情况

1993年12月至1994年2月太平洋海温实况相似第2左奇异向量的分布型。虽然从1993年4月再度发生的 ENSO 现象有减弱的趋势,但种种迹象表明,太平洋海温仍处在异常变化的阶段,据此考虑1994年广东的降水可能分布不均,但以偏少为主。实况为3月 SOI 下降到-1.4,反映 ENSO 现象的指标,系数逐渐明显,1994年6月又宣布出现新一次 ENSO 现象。而1994年4-6月广东降水分布西多东少,西部偏多6-8成,局部多1-2倍,东部普遍

少2-3成。总的来说全省属于偏少年份,19站雨量总和约少1成左右。

图5为1995年用奇异值分解做出的4-6月降水预报与实况的对照,由图看出1995年预报广东省汛期降水的分布趋势是北部偏多南部偏少,全省总雨量偏少,实况分布除阳江偏多未报出外,其总的分布趋势预报较好,在业务预报中有较好的参考价值。1994年12月-1995年2月太平洋海温分布相似第5左奇异向量的分布,预计1995年4-6月广东的降水以北部偏多,南部偏少为主,全省总雨量偏少。

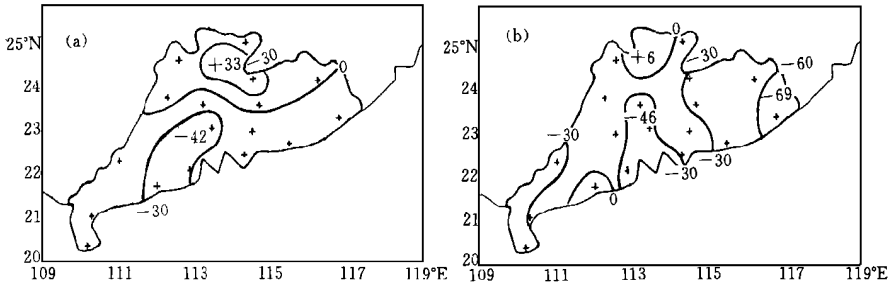


图5 广东省1995年4-6月降水预报与实况对照
(雨量预报值分布(a),雨量距平百分率实况分布(b))

5 结论和讨论

(1) 用奇异值分解方法(简称SVD方法)去求解分析广东省前汛期降水与冬季北太平洋海温耦合场之间的关系,其数学方法严谨,物理意义清楚,比用聚类分析等分型方法对海温场分型后再找相似要更加合理。因而在天气预报业务应用上会有广泛用途。

(2) 本文一共选取了6对奇异向量,所占方差达87%,说明这6对奇异向量已充分反映了冬季太平洋海温变化与广东4-6月汛期降水的关系。其中第一左奇异向量所对应的广东汛期降水全为负距平,而没有反映广东汛期降水全省为正距平的左奇向量,这一结果与广东44年来的汛期降水分布一致。实际上在已有的资料中,广东只有出现全省负距平的情况而无全省正距平的情况。

(3) 在对6对奇异向量的分析中发现,ENSO对广东汛期降水的影响确实存在,但这种影响尚不能作物理解释,当冬季海温相似第2左奇异向量时,如果是ENSO结束后的第2年则广东汛期降水除雷州半岛外,其余地区偏多;如是ENSO当年,则降水分布不均,大部分以偏少为主。这似乎意味着冬季ENSO所处的时间相位,对广东汛期降水的丰欠也有某种程度的联系。

(4) 冬季太平洋暖池海域和加利福尼亚寒流区的海表温度与广东汛期降水的多少有密切关系。

(5) 用此方法与逐步回归和灰色拓扑预测做出的结果比较,逐步回归所选用的是北太平洋海表格点温度与4-6月降水量相关系数高的因子。

为方便,只选取少雨年的1967,1988,1991年,多雨年的1973,1975,1984,1993年进行逐步回归计算,进行比较。就少雨年而言,SVD方法明显优于逐步回归,对多雨年逐步回归的平均准确率约50%,而SVD方法达63%。

1994和1995年, 我们再用SVD与逐步回归和灰色拓扑预测进行比较, 从全省4-6月降水分布趋势来看, 还是SVD方法较好。

由于SVD方法是从整个场相关而不是从点相关的角度去考虑和处理问题, 它能更客观地反映了海洋和大气的耦合关系, 事实上, 在业务工作中, 还未发现传统的计算方法能计算预测出广东省4-6月降水量(距平百分率)全省为负的情况, 但SVD却有可能预测广东省全省4-6月降水量(距平百分率)出现全负的能力。这说明用场与场相关去考虑和处理问题要比用点与点相关去考虑、处理问题更合理, 优越。

参考文献

- [1] 章基嘉等. 北京: 中长期天气预报基础. 气象出版社, 1983. 274-282.
- [2] 陈烈庭. 东太平洋赤道地区海水温度异常对热带大气环流及我国汛期降水的影响. 大气科学, 1977, 1(1): 1-12.
- [3] 大气物理研究所长期天气预报组. 冬季太平洋海水温度异常对我国汛期降水的影响. 中国科学院大气物理研究所集刊(海气相互作用和旱涝长期预报), 1978, (6): 1-12.
- [4] 黄荣辉. 引起我国夏季旱涝的东亚大气环流异常遥相关及物理机制的研究. 大气科学, 1990, 14(1): 108-117.
- [5] 程兴新等. 统计计算方法. 北京: 北京大学出版社, 1989. 114-117.
- [6] Muirhead R J. Aspects of multivariate statistical theory. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1982. 586-594.

THE APPLICATION OF SINGULAR VALUE DECOMPOSITION ANALYSIS IN THE PREDICTION OF SEASONAL RAINFALL

Xie Jiongguang Qin Bingbing Wang Jingyuan

(Chinese Guangzhou Central Meteorological
Observatory, Guangzhou, 510080)

Abstract

Rainy season in South China has two periods, Apr to Jun and Jul to Sep. Especially, floods often occurred in the former rainy season, it caused heavy economic losses in locality. Therefore, it's very important to predict rainfall of former rainy season more accurately. It's well known that the abnormal change of SST can cause abnormality of the atmospheric circulations, and influence precipitation distribution.

In this paper, the method of singular value decomposition analysis is used to decompose monthly mean SST field of North Pacific in winter and rainfall field of Guangdong province during the next Apr to Jun. We obtained six space distribution patterns of SST with its close related rainfall field. Therefore by using of SST distribution in winter we can estimate precipitation tendency of next Apr to Jun in Guangdong.

Key words: Singular value decomposition, Sea surface temperature (SST), seasonal rainfall.