

# SVD 方法在气象场诊断分析中的普适性\*

丁裕国 江志红

(南京气象学院, 南京, 210044)

## 摘 要

本文首次从理论上推导证明两个气象场的奇异值分解(SVD)在气象场时空分布耦合信号的诊断分析中具有普适性。结果表明,两个场的 SVD 求解准则不同于典型相关分析(CCA),且 CCA 模型可视为 SVD 之特例,尤其当各个场经 PCA 滤波后,其 CCA 完全与 SVD 等价。SVD 分析的结果不但可完全代替 CCA,且计算更简便,所得耦合信号的物理解释更清晰,特别适合于大尺度气象场的遥相关型研究。

**关键词:** 奇异值分解, 典型相关分析, 气象场分解, 诊断分析。

## 1 引 言

EOFs(或 PCA)用于提取气象场时空变化的优势信号特征具有明显的优点,它们已成为单个气象场诊断分析的主要工具<sup>[1-2]</sup>。对两个(或以上)气象场提取两者耦合的优势信号特征,应用 CCA 方法也已相当普遍。但 CCA 方法计算量较大,且解释物理意义不够清晰<sup>[3]</sup>。由矩阵理论引入的奇异值分解(简记为 SVD),被用于研究两个气象场的遥联问题已取得显著效果<sup>[4-5]</sup>。自从 Prokaska(1976)首次用于气象场分析以来,SVD 方法在国际上已受到气象学者的重视,但对其进一步应用的理论探讨尚不够活跃,国内尚很少见到有关 SVD 应用理论的研究成果。

本文试图从理论上论证 SVD 模型的普适性,以便说明气象场 EOFs 及 CCA 类型的正交分解方法都可纳入 SVD 模型的框架。因此,一切气象场正交分解都可用 SVD 作为其普适性工具。

## 2 两个气象场的 SVD

设有两个气象场  $X_{(1)}(t) = (x_1^{(1)}(t), \dots, x_{p_1}^{(1)}(t))'$  和  $X_{(2)}(t) = (x_1^{(2)}(t), \dots, x_{p_2}^{(2)}(t))'$ ,  $t = 1, \dots, n$ , 它们分别由  $p_1$  和  $p_2$  个网格点(或测站)构成。为叙述方便,假定它们已零均值化,并简记为  $X_{(1)} = (x_1^{(1)}, \dots, x_{p_1}^{(1)})'$  和  $X_{(2)} = (x_1^{(2)}, \dots, x_{p_2}^{(2)})'$ , 上述写法为矩阵的行(或列)分块写法即向量写法<sup>[6]</sup>。

为了表征两个气象场变量之间的整体关联性,可计算两个场的交叉协方差矩阵

\* 初稿时间:1994 年 3 月 21 日;修改稿时间:1994 年 11 月 1 日。

资助课题:国家自然科学基金、中国气象局重点项目基金。

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中  $\Sigma_{11} = \langle X_{(1)} X'_{(1)} \rangle$ ,  $\Sigma_{12} = \langle X_{(1)} X'_{(2)} \rangle$ ,  $\Sigma_{21} = \langle X_{(2)} X'_{(1)} \rangle$ ,  $\Sigma_{22} = \langle X_{(2)} X'_{(2)} \rangle$ , 式中符号  $\langle \cdot \rangle$  表示求平均,  $X'_{(1)}$ ,  $X'_{(2)}$  代表矩阵转置。显然,  $\Sigma_{11}$  和  $\Sigma_{22}$  代表各个场内部变量的协方差阵, 而  $\Sigma_{12}$  和  $\Sigma_{21}$  为两个场之间各变量的交叉协方差阵。

为叙述方便, 令  $X_{(1)}$  为左气象场(简称左场),  $X_{(2)}$  为右气象场(简称右场)。类似于 CCA 模型, 构造线性组合

$$u = \sum_{i=1}^{p_1} l_i x_i^{(1)} \quad v = \sum_{j=1}^{p_2} m_j x_j^{(2)} \quad (2)$$

其中  $u, v$  分别为左场变量和右场变量的任意一个线性组合, 这里  $x_i^{(1)}$  即  $x_i^{(1)}(t)$ ;  $x_j^{(2)}$  即  $x_j^{(2)}(t)$ , 而  $l_i (i = 1, 2, \dots, p_1)$  和  $m_j (j = 1, 2, \dots, p_2)$  为任意实数, 相应于  $x_i^{(1)}$  (左场变量) 和  $x_j^{(2)}$  (右场变量) 的组合权重。若记为矩阵式, 就有

$$U = (l_1, \dots, l_{p_1}) \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ \vdots \\ x_{p_1}^{(1)} \end{pmatrix} = L' X_{(1)} \quad (3)$$

$$V = (m_1, \dots, m_{p_2}) \begin{pmatrix} x_1^{(2)} \\ \vdots \\ x_{p_2}^{(2)} \end{pmatrix} = M' X_{(2)} \quad (4)$$

由式(3)和(4)可见,  $X_{(1)}$  和  $X_{(2)}$  为左右气象场实测资料记录, 只要按某种规则确定向量  $(l_1, \dots, l_{p_1})$  和  $(m_1, \dots, m_{p_2})$ , 也就确定了一组新变量  $U$  和  $V$ 。众所周知在 CCA 中, 提出的准则是: 求解  $U$  和  $V$  及其相应系数向量  $(l_1, \dots, l_{p_1})$  及  $(m_1, \dots, m_{p_2})$ , 要求  $U$  和  $V$  之间的线性相关系数达到极大值, 且使它们满足各自在时间域上不相关的条件(即  $U, V$  向量本身各自正交)。若放宽上述限制, 仅要求  $U$  与  $V$  之间有极大化协方差, 且向量  $(l_1, \dots, l_{p_1})$  和  $m_1, \dots, m_{p_2}$  各自为正交向量。换言之, 并不要求新变量  $U$  和  $V$  两者各自在时间域上不相关。基于这种修正准则, 就构成另一类模型。其数学表达式为求取  $L$  和  $M$  的准则是, 使得

$$\text{cov}(U, V) = \langle L' X_{(1)} X'_{(2)} M \rangle = L' \Sigma_{12} M = \max \quad (5)$$

且满足条件

$$LL' = I, \quad MM' = I \quad (6)$$

利用 Lagrange 乘数法求上述条件极值, 不难得到

$$\begin{cases} \Sigma_{12} M - \lambda L = 0 \\ \Sigma_{21} L - \mu M = 0 \end{cases} \quad (7)$$

这里, 常数  $\lambda, \mu$  为 Lagrange 乘数, 可以证明,

$$\lambda = \mu \quad (8)$$

于是, 由式(7)得到

$$L' \Sigma_{12} M = M' \Sigma_{21} L = \lambda \quad (9)$$

且由此推得下列性质: 对任一序号  $k$ , 可有

$$\begin{cases} \Sigma'_{12} l_k = \lambda_k m_k \\ \Sigma_{12} m_k = \lambda_k l_k \quad k = 1, 2, \dots, p \quad p \leq \min(p_1, p_2) \end{cases} \quad (10)$$

在式(9)和(10)中,常数  $\lambda_k$  就称为矩阵  $\Sigma_{12}$  或  $\Sigma_{21}$  的奇异值。根据矩阵理论<sup>[6]</sup>,式(9)又可写成矩阵式

$$L' \Sigma_{12} M = \begin{pmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

上式正是所谓奇异值分解(简记为 SVD)。因此,  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$ ,  $p \leq \min(p_1, p_2)$  即是奇异值全体。显然,式(11)实际上是对非方阵或非对称的一般矩阵的一种广义对角化运算。对于气象场来说,SVD 方法比通常的对称方阵谱分解更为广义。

据式(7)和(10),求解 SVD 运算并不困难。首先,对式(7),分别左乘  $\Sigma'_{12}$  和  $\Sigma_{12}$ ,并考虑式(10)的关系,就可得到

$$\begin{cases} (\Sigma_{12} \Sigma'_{12} - \lambda^2 I) L = 0 \\ (\Sigma'_{12} \Sigma_{12} - \lambda^2 I) M = 0 \end{cases} \quad (12)$$

上式中,  $\Sigma_{12} \Sigma'_{12}$  或  $\Sigma'_{12} \Sigma_{12}$  乃是对称方阵。故式(12)化简为求解对称阵的特征值问题。由式(12)相应的特征方程可得特征值

$$\lambda_1^2 \geq \lambda_2^2 \geq \dots \geq \lambda_p^2 \geq 0 \quad (13)$$

它们相应的特征向量  $L$  和  $M$  也不难解得。

### 3 SVD 模型的广义性和普适性

由式(7)至(12)求解 SVD 形式及其意义可见,它比通常的 CCA 计算方便,尤其是将它引入气象场诊断分析则具有更强的普适性,以下举例证明之。例如

#### (1) 广义 CCA

由 CCA 方法,当两个气象场协方差阵有矩阵式

$$T = \Sigma_{11}^{-\frac{1}{2}} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-\frac{1}{2}} \quad (14)$$

时,CCA 可化为求解方程

$$(TT' - \lambda^2 I) \tilde{L} = 0 \quad (15)$$

它等价于对特征方程

$$|TT' - \lambda^2 I| = 0 \quad (16)$$

求解特征值  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ , 这里  $\lambda_i$  即为典型相关系数。而  $\tilde{L} = (\tilde{l}_1, \tilde{l}_2, \dots, \tilde{l}_p)$  或  $\tilde{M} = (\tilde{m}_1, \tilde{m}_2, \dots, \tilde{m}_p)$  则为相应的特征向量。它实质上就是典型相关变量在各个气象场上的荷载系数向量(只不过与原荷载向量相差某种比例因子,  $L_i = \Sigma_{11}^{-\frac{1}{2}} \tilde{L}_i$ ,  $M_i = \Sigma_{22}^{-\frac{1}{2}} \tilde{M}_i$ )。将式(15)和(16)与式(12)对照,不难看出 CCA 本质上就是 SVD 模型的特例。若记为数学变换或某种运算系统,于是有 SVD ( $\Sigma_{11}^{-\frac{1}{2}} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-\frac{1}{2}}$ ) 与 CCA ( $\Sigma_{12}$ ) 的等价性。换言之,对两个气象场的交叉协方差矩阵 CCA,等价于对矩阵  $T = \Sigma_{11}^{-\frac{1}{2}} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-\frac{1}{2}}$  的 SVD。所以,SVD 是一种广义的 CCA。

#### (2) 基于 PCA 的 CCA 与 SVD 完全等价

为减少气象场维数(当有大量网格点或站点),可对气象场先行 PCA,再以变换变量(主分量)作为相应的新变量场进行 CCA,这即是文献[7]所称的 BP 方法。即对于左场  $X_{(1)}$  和右场  $X_{(2)}$  分别作主分量分析,就有  $A(t) = P'X_{(1)}$  和  $B(t) = Q'X_{(2)}$ ,其中  $A(t) = [a_1(t), \dots, a_s(t)]$ ,  $B(t) = [b_1(t), \dots, b_s(t)]$  为左右场的主分量,而向量  $P = (\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_s)'$  和  $Q = (\tilde{q}_1, \dots, \tilde{q}_s)'$  为其荷载(特征向量),  $S \leq \min(p_1, p_2)$ 。以这  $S$  个主分量  $A(t)$  和  $B(t)$ , 作为各自的新变量场,进行 CCA,就等价于对矩阵

$$\tilde{T} = \tilde{\Sigma}_{11}^{-\frac{1}{2}} \tilde{\Sigma}_{12} \tilde{\Sigma}_{22}^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1s} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2s} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{s1} & r_{s2} & \cdots & r_{ss} \end{pmatrix} \quad (17)$$

进行 SVD 运算。这里  $\tilde{\Sigma}_{11} = \langle \tilde{X}_{(1)} \tilde{X}_{(1)}' \rangle = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_s)$  和  $\tilde{\Sigma}_{22} = \langle \tilde{X}_{(2)} \tilde{X}_{(2)}' \rangle = \text{diag}(\beta_1, \dots, \beta_s)$  分别为新变量场内部协方差阵。因为主分量为正交向量。故有对角化结果。而矩阵

$$\tilde{\Sigma}_{12} = \langle \tilde{X}_{(1)} \tilde{X}_{(2)}' \rangle = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1s} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2s} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{s1} & \sigma_{s2} & \cdots & \sigma_{ss} \end{pmatrix} \quad (18)$$

则是两个新变量场的交叉协方差阵,式中元素  $\sigma_{ij}$  就是两组主分量的时间协方差  $\langle a_i(t) b_j(t) \rangle$ ,  $i, j = 1, \dots, s$ 。显然,式(17)中矩阵元素  $r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\mu_i} \sqrt{\beta_j}}$  正是左右新变量场之间的标准化交叉协方差。所以,  $\tilde{T}$  实质是两个新变量场的交叉相关矩阵。对照式(14)并将式(17)写为  $\tilde{T} = \tilde{\Sigma}_{11}^{-\frac{1}{2}} \tilde{\Sigma}_{12} \tilde{\Sigma}_{22}^{-\frac{1}{2}} = \tilde{R}_{12}$ , 于是,求解 CCA 的方程(15)又可化为

$$(\tilde{R}_{12} \tilde{R}_{12}' - \lambda^2 I) \tilde{L}^* = 0 \quad (19)$$

或

$$(\tilde{R}_{12} \tilde{R}_{12}' - \lambda^2 I) \tilde{M}^* = 0 \quad (20)$$

由上可见,经 PCA 的场  $\tilde{X}_{(1)}$  和  $\tilde{X}_{(2)}$  进行 CCA 完全等价于对它们的交叉相关矩阵  $\tilde{R}_{12}$  进行 SVD。另一方面,从式(15)出发,也可证明上述结果。

因取前  $s$  个主分量构成新变量场,在一定程度上是左右场  $X_{(1)}$  和  $X_{(2)}$  的近似场或滤波场。故有

$$\tilde{\Sigma}_{12} = \langle A(t) B'(t) \rangle \approx P' X_{(1)}' X_{(2)} Q = P' \Sigma_{12} Q$$

换言之,  $\Sigma_{12} \approx P \tilde{\Sigma}_{12} Q'$ , 同理可证  $\Sigma_{11}^{-\frac{1}{2}} \approx P \tilde{\Sigma}_{11}^{-\frac{1}{2}} P'$ ;  $\Sigma_{22}^{-\frac{1}{2}} \approx Q \tilde{\Sigma}_{22}^{-\frac{1}{2}} Q'$ 。这里  $P, Q$  分别为左右场主分量的荷载向量。根据式(14)和(17)的定义,代入上述关系,则有

$$\begin{aligned} T &= \Sigma_{11}^{-\frac{1}{2}} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-\frac{1}{2}} \approx P \tilde{\Sigma}_{11}^{-\frac{1}{2}} P' \cdot P \tilde{\Sigma}_{12} Q' \cdot Q \tilde{\Sigma}_{22}^{-\frac{1}{2}} Q' \\ &= P \tilde{\Sigma}_{11}^{-\frac{1}{2}} \tilde{\Sigma}_{12} \tilde{\Sigma}_{22}^{-\frac{1}{2}} Q' \end{aligned} \quad (21)$$

和

$$T' = \Sigma_{22}^{-\frac{1}{2}} \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-\frac{1}{2}} \approx Q \tilde{\Sigma}_{22}^{-\frac{1}{2}} Q' \cdot Q \tilde{\Sigma}_{21} P' \cdot P \tilde{\Sigma}_{11}^{-\frac{1}{2}} P'$$

$$= Q \Sigma_{22}^{-\frac{1}{2}} \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-\frac{1}{2}} P' \quad (22)$$

$$\text{于是, } TT' \approx P \tilde{R}_{12} \tilde{R}'_{12} P' \quad (23)$$

根据 SVD 的存在性定理, 必有

$$\tilde{L}' TT' \tilde{L} = \Lambda^2 \quad (24)$$

因此有

$$\tilde{L}' P \tilde{R}_{12} \tilde{R}'_{12} P' \tilde{L} \approx \Lambda^2 \quad (25)$$

$$\tilde{R}_{12} \tilde{R}'_{12} \approx P' \tilde{L} \Lambda^2 \tilde{L}' P \quad (26)$$

$$\text{令 } P' \tilde{L} = \tilde{L}^* \text{ 或 } \tilde{L}' P = \tilde{L}^{*'} \quad (27)$$

则有方程

$$(\tilde{R}_{12} \tilde{R}'_{12} - \lambda^2 I) \tilde{L}^* \approx 0 \quad (28)$$

对照式(15), 因有  $\tilde{L} = \Sigma_{\tilde{R}}^{-\frac{1}{2}} L$ , 在上式中就有  $\tilde{L}^* = P' \Sigma_{\tilde{R}}^{-\frac{1}{2}} L$ , 可见, 在近似场的意义上, 由 CCA 的求解方程, 同样可得到与式(19)和(20)完全等价的结果, 即在 PCA 基础上对左右场所做的近似的 CCA 就是对它们的相关矩阵  $\tilde{R}_{12}$  作 SVD, 只不过, 它们的左右奇异向量  $\tilde{L}^*$  和  $\tilde{M}^{*}$  与原始场的左右奇异向量  $L$  和  $M$  相差一个比例因子。

#### 4 SVD 广义模型的应用特色

采用 SVD 方法一般都针对两个气象场的遥联问题。其目的就是要寻求不同的奇异值  $\lambda_k, k = 1, \dots, p$  所对应的特征向量  $l_k$  和  $m_k$ , 以揭示两个场之间的各种典型关联特征。现将式(3)、(4)分别写为逆变换式, 即有

$$\begin{cases} X_{(1)} \rightarrow \tilde{X}_{(1)} \equiv \sum_{k=1}^p U_k(t) l_k \\ X_{(2)} \rightarrow \tilde{X}_{(1)} \equiv \sum_{k=1}^p V_k(t) m_k \quad k = 1, \dots, p \quad p \leq \min(p_1, p_2) \end{cases} \quad (29)$$

显然, 式(29)是原左右场的近似场。如前所述,  $U_k(t)$  和  $V_k(t)$  为展开系数, 而向量  $l_k$  和  $m_k$  (左右奇异向量) 称为分布型 (Pattern), 每一对分布型及其相应展开系数就确定了两个场耦合信号的一种模态 (mode)。SVD 方法有许多优点是通常 CCA 所不及的:

(1) 它可最大限度地从左右场分离出相互独立的耦合分布型  $l_k$  和  $m_k$  (它们各自满足正交性), 从而揭示出两个气象场所存在的时域相关性的空间联系, 并由此找到真正的遥相关型或关键区。而 CCA 中代表空间特征的权重系数向量  $l_k$  和  $m_k$  并非为正交向量, 但其代表时间分量的典型变量  $U_i$  和  $V_i$  却为正交化向量, 这就使得诊断气象场耦合信号的物理解释并没有 SVD 意义清晰;

(2) 两个场在空间分布上联系的紧密程度如何, 则由代表耦合分布型的时间分量  $U_k(t)$  和  $V_k(t)$  之间的关系来确定。例如, 模态相关系数  $r_k = \frac{\langle U_k(t) V_k(t) \rangle}{\langle U_k^2(t) \rangle^{1/2} \langle V_k^2(t) \rangle^{1/2}}$  可表明第  $k$  个模态两个场的遥联程度大小 (类似于 CCA 中典型相关系数), 定义“同性相关系数”  $R_{1k} = \frac{\langle X_{(1)}(t) U_k(t) \rangle}{\langle x_{(1)}^2 \rangle^{1/2} \langle U_k^2(t) \rangle^{1/2}}$  及  $R_{2k} = \frac{\langle X_{(2)}(t) V_k(t) \rangle}{\langle X_{(2)}^2(t) \rangle^{1/2} \langle V_k^2(t) \rangle^{1/2}}$  来表明第

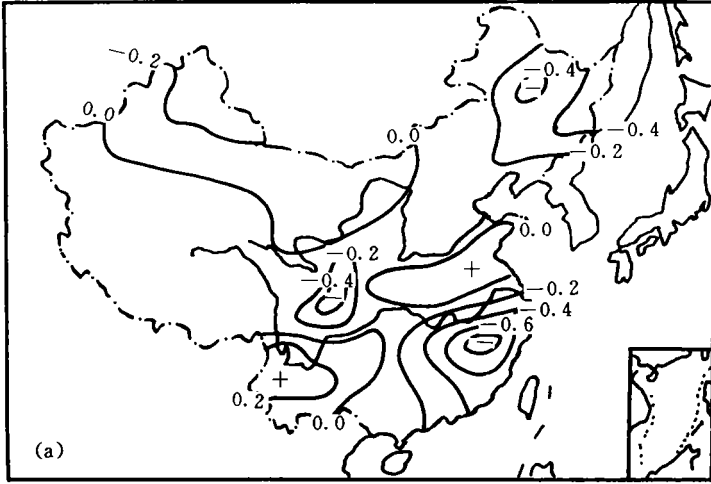


图 1a 第 1 模态与中国年降水量场(左场)同性相关分布

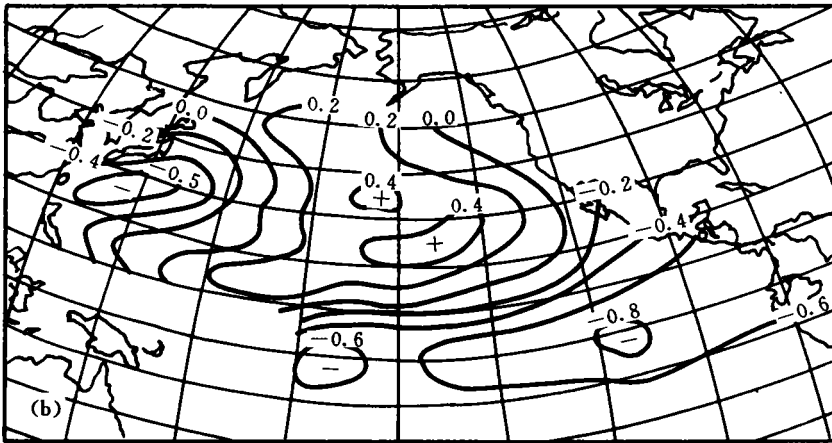


图 1b 第 1 模态与北太平洋年平均 SST 场(右场)同性相关分布

$k$  个模态在自身气象场的贡献; 定义“异性相关系数”  $H_{1k} = \frac{\langle X_{(1)}(t)V_k(t) \rangle}{\langle X_{(1)}^2(t) \rangle^{1/2} \langle V_k^2(t) \rangle^{1/2}}$

及  $H_{2k} = \frac{\langle X_{(2)}(t)U_k(t) \rangle}{\langle x_{(2)}^2(t) \rangle^{1/2} \langle U_k^2(t) \rangle^{1/2}}$  来表明第  $k$  个模态在另一气象场的贡献。可以证明, 同性相关系数  $R_{1k}$  或  $R_{2k}$  是一种非正交的向量, 它的大小不但取决于该模态在给定场的贡献, 还与气象场自身相关结构有关, 而异性相关系数  $H_{1k}$  或  $H_{2k}$  则表明模态系数与另一气象场的交叉相关。可以证明, 它的空间分布与相关奇异向量场一致。因此, 它就量化标明了各个模态在给定气象场的重要性, 且  $H_{1k}$  或  $H_{2k}$  各自正交。此外, 为了度量各模态对两个场的交叉协方差阵的贡献, 可引入第  $k$  个模态对平方协方差阵的贡献率

$$SCF_k = \frac{\langle U_k V_k \rangle^2}{\|\Sigma_{12}\|_F^2} = \frac{\lambda_k^2}{\sum_{i=1}^p \lambda_i^2}$$

及累积平方协方差贡献率

$$CSCF_k = \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i} \quad k \leq p$$

现以中国区域(160 站)降水量场与北太平洋(286 格点)SST 场(1951—1989 年间)SVD 分析为例。计算结果如下:对每一耦合分布型(模态)及其同性、异性相关分别给出空间分布图,逐一分析各种遥相关模态及相应指标,就可较好地认识两者遥相关的特点。在图 1 中,绘出两场第 1 对耦合分布 ( $U_1(t), V_1(t)$ ) 与左右场的同性相关系数的空间分布状况。它们的奇异值  $\lambda_1 = 0.672$ 。由图 1 可见,第 1 对耦合分布的敏感区(高相关)分别位于我国华南和东南沿海以及东北北部、四川盆地一带,对应的海温敏感区在赤道东太平洋及中太平洋和黑潮以东区域(中心值分别高达  $-0.8, 0.4, -0.5$ )。这些遥联特征在一些研究中曾被证实<sup>[9-10]</sup>,例如,长江流域最为突出的敏感区,在图 1a 中也有所反映。我们在另文将有详细探讨。

## 5 小 结

- (1) SVD 模型是一种普适性强的气象场诊断工具,本文从理论上作了详细推导证明。
- (2) SVD 特别有益于分析遥相关型,它比 CCA 不但计算简便,而且更能从多方面解释物理意义。
- (3) SVD 的应用前景广阔,分析内容丰富。

## 参考文献

- [1] Presendorfer R W. Principal components analysis in meteorology and oceanography. Elsevier Sci. Publishers. B. V. Amsterdam. 1988.
- [2] 丁裕国. EOF 在大气科学研究中的新进展. 气象科技. 1993. 3: 10—19.
- [3] 丁裕国等. 应用统计模式重建热带环流场资料的可行性试验. 热带气象. 1992. 8(4): 297—305.
- [4] Barnett T P and Presendorfer R. Origins and levels of monthly and seasonal forecast skill for U. S. surface air temperatures determined by CCA. Mon Wea Rev. 1987. 11: 1826—1850.
- [5] Nicholls N. The use of canonical correlation to study teleconnections. Mon Wea Rev. 1987. 115: 393—399.
- [6] 斯图尔特 G. W. (中译本). 矩阵计算引论. 上海科技出版社. 1980.
- [7] Wallace J M. et al. SVD of wintertime sea surface temperature and 500mb height anomalies. J Climate. 1992. 5: 567—576.
- [8] Brotherton C S. et al. An intercomparison of methods for finding coupled patterns in climate data. 1992. 5: 541—560.
- [9] 吴仪芳, 李麦村. 江淮旱涝时北太平洋海温异常演变. 海洋学报. 1983. 5(1): 19—27.
- [10] 李麦村等. 中国东部季风降水与赤道东太平洋海温的关系. 大气科学. 1987. 11(4): 365—372.

## GENERALITY OF SINGULAR VALUE DECOMPOSITION IN DIAGNOSTIC ANALYSIS OF METEOROLOGICAL FIELD

Ding Yuguo Jiang Zhihong

(*Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing, 210044*)

### Abstract

Theoretically, it is proved that SVD is a method in broad sense which is applied to the diagnostic analyses of spatialtemporal distributions as well as coupled signal for the individual meteorological field or between the two meteorological fields. The researches show that the derivation criterion of SVD is different from CCA model, and the CCA can be regarded as a special case of the SVD, and particularly the CCA of the two fields which be filtered by using PCA can be regarded as a equivalent method to SVD. as a rule, CCA can not only perfectly be replaced by SVD, but the advantage of SVD over the CCA is the effective interpretation of physical sense for the coupled signal and simple computation. Thus, SVD is a suitable method for the research of teleconnection patterns in the large spatial scale.

**Key words:** Singular value decomposition, Canonical correlation analysis, Analyses of meteorological feilds, Diagnostic analysis.