

台风内核与外围加热对其强度 突变的影响*

夏友龙 郑祖光

(北京气象学院,北京,100081)

刘式达

(北京大学,北京,100871)

摘 要

采用准动量无辐散模式,考虑非绝热加热过程,探讨了加热、惯性稳定度、层结稳定度以及非热成风等物理因子对台风中的重力惯性波强度变化的影响。进而把台风内核与外围的加热过程加以区别,指出要引起内核强度突变不仅要有非线性动力过程,而且要有非线性加热过程;而要引起外围强度突变则要有非线性动力过程以及定常的加热过程。

关键词: 台风内核与外围,加热作用,强度突变。

1 引 言

近海台风强度的突然加强是台风分析预报中的难点,是台风研究的重要课题之一。影响台风发展的因素很多,但它与重力惯性波发展的密切关系一直为人们所关注。刘式适^[1]研究了表征台风发展的具有频散性质的重力惯性内波的不稳定性;又根据台风内部的空气层结和惯性稳定度讨论了台风发展的条件^[2],指出层结稳定度和惯性稳定度同时影响台风的强度。在强度突变的物理原因方面,杨大升、丁敏芳利用低谱模式进行讨论^[3]。张铭、曾庆存^[4]通过数值试验证明,采用强非线性的非绝热加热过程才能模拟出台风强度的突变。李天明、朱永^[5]利用线性模式并考虑非线性加热过程,解释了非线性 CISK 可以引起台风强度突变。Gray^[6],Schubert 和 Hack^[7]同时利用太平洋和大西洋的台风观测资料,诊断了非绝热加热过程,指出在台风的内核,这种加热过程是非线性的,而在台风外围它是线性的,这表明台风内核和外围的非绝热加热过程有重要的差别。

将台风的内核区与外围加热过程加以区别,本文采用准动量无辐散假定和相平面法,考虑非线性重力惯性波的稳定性和非绝热加热过程,详细讨论影响台风发展的上述物理因素,以期深入探讨台风强度突变的机制,寻求指导突变预测的判据。

2 基本方程

在准动量无辐散近似下,层结大气中二维运动的基本方程组为^[8]:

* 1992 年 12 月 26 日收到原稿,1994 年 4 月 18 日收到修改稿。本文得到国家“八五”项目 85—906—07 课题资助。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u'}{\partial t} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} - (f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y})v' + \bar{u}_z w' = 0 \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \frac{\partial v'}{\partial z} + f u' = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta'}{\partial t} + v' \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w' \frac{\partial \theta'}{\partial z} + \frac{N^2}{g} w' + v' \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} = \bar{Q} \\ \frac{\partial \bar{\rho} v'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho} w'}{\partial z} = 0 \\ \bar{\rho} = \frac{\bar{p}}{\theta_0} \quad (\text{取 } \bar{\theta} = \theta_0) \\ \frac{\partial w'}{\partial t} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho} g \end{array} \right. \quad (1)$$

方程组(1)中, u' 是切向速度, v' 是径向速度, $\bar{Q} = \bar{\theta}Q/c_p\bar{T}$ 。其它均是气象上常用符号。

“—”表示对时间的平均

为了讨论方便, 令 $(u, v, \theta, w) = \rho_0(u', v', g\theta'/\bar{\theta}, w')$, $\rho_0 = \rho_0(z)$ 为静态时大气密度, $p = p'$, 则方程组(1)化为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho}(v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}) + wu \frac{\partial}{\partial z}(\frac{1}{\rho}) - \zeta_a v + \bar{u}_z w = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho}(v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}) + wv \frac{\partial}{\partial z}(\frac{1}{\rho}) + fu = -\frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{\rho}(v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z}) + w\theta \frac{\partial}{\partial z}(\frac{1}{\rho}) + N^2 w + \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} v = \frac{\bar{\rho} g}{c_p \bar{T}} Q \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{\rho}(v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}) + w^2 \frac{\partial}{\partial z}(\frac{1}{\rho}) + \frac{\partial p}{\partial z} - \theta = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

设式(2)具有的行波解:

$$u = U(\tau), v = V(\tau), w = W(\tau), p = P(\tau), \theta = \Theta(\tau), \tau = ly + nz - \omega t \quad (3)$$

式(3)中 l, n 是 y, z 方向的波数。 ω 是圆频率。把式(3)代入式(2), 得:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\omega U + \frac{1}{\rho}(lV + nW)U + \alpha WU - \zeta_a V + \bar{u}_z W = 0 \\ -\omega V + \frac{1}{\rho}(lV + nW)V + \alpha WV + fU + lP = 0 \\ -\omega W + \frac{1}{\rho}(lV + nW)W + \alpha W^2 + nP - \Theta = 0 \\ -\omega \Theta + \frac{1}{\rho}(lV + nW)\Theta + \alpha W\Theta + N^2 W + v \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} = \bar{\rho} \frac{g}{c_p \bar{T}} Q \\ lV + nW = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

式(4)中,“·”表示对 τ 求导数, $\zeta_\alpha = f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$, $\alpha = \partial(1/\rho_0)/\partial z$, 设为常数。其它均是常用符号。

对式(4)中第 5 个公式求积分,且取积分常数为零,得:

$$lV + nW = 0 \quad (5)$$

式(5)表明水平通量与垂直通量成正比。

把式(5)代入式(4),消去 P ,则有:

$$\begin{cases} \omega(l^2 + n^2)W - \alpha(l^2 + n^2)W^2 + fnlU + l^2\Theta = 0 \\ \omega U - \alpha WU + \zeta_\alpha V - \bar{u}_z W = 0 \\ \omega\Theta - \alpha W\Theta - N^2W + \bar{M}^2V + \bar{Q} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\bar{M}^2 = -(g/\bar{\theta})(\partial\bar{\theta}/\partial y)$, $\bar{Q} = (g\bar{\rho}/c_p\bar{T})Q$, $N^2 = (g/\bar{\theta}) \cdot (\partial\bar{\theta}/\partial z)$ 从方程组(6)中消去 U 和 Θ ,得到关于 W 的方程:

$$\dot{W} - 3\frac{\alpha}{\omega}WW + GW - \frac{l^2}{\omega^2 K^2}\bar{Q} + \frac{\alpha^2}{\omega^2}W^3 = 0 \quad (7)$$

式中 $K^2 = l^2 + n^2$,“..”表示对 τ 的二阶导数,

$$G = \frac{nI^2 + l^2N^2}{\omega^2 K^2} + \frac{nl(f\bar{u}_z + \bar{M}^2)}{\omega^2 K^2}, \text{ 而 } I^2 = f \cdot (f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y})$$

方程(7)左端的非线性项中,若仅考虑含 W^3 项而未考虑含 WW 项,且设 $\bar{W} = W\alpha/\omega$, 则有:

$$\dot{\bar{W}} + G\bar{W} + \bar{W}^3 - \frac{\alpha l^2}{\omega^3 K^2}\bar{Q} = 0 \quad (8)$$

方程(8)中包含有非绝热加热过程 (\bar{Q}), 惯性稳定度 (I^2), 层结稳定度 (N^2) 以及非热成风作用 ($f\bar{u}_z + \bar{M}^2$) 等物理因子。从刘式达等^[9]关于对流模型的分叉和突变的讨论知, 式(8)这种类型的方程蕴含有突变性,可以用来讨论台风强度的突变现象。

3 物理因子对台风强度影响的定性分析

3.1 无加热过程的情形 ($\bar{Q} = 0$)

这种情形下,方程(8)变成:

$$\dot{\bar{W}} + G\bar{W} + \bar{W}^3 = 0 \quad (9)$$

类似文献^[9]的讨论,方程(9)的平衡态当参数 G 由负变正时将发生亚临界分岔(图 1)。图 1 中实线表示稳定平衡态,虚线表示不稳定平衡态,在 $\bar{W} = 0$ 处分岔。方程(9)的平衡解虽会发生分岔,但不会发生突变,由此可见非绝热加热过程是引发突变的主要因子。

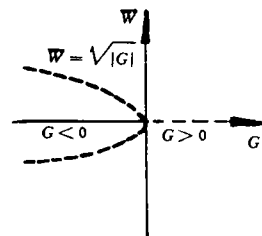


图 1 无加热时,方程(9)的平衡态随 G 变化示意图

3.2 有非绝热加热过程的情形 ($\alpha\bar{Q} \neq 0$)

这时由方程(8)可知有如下的平衡点集合:

$$\bar{W}^3 + G\bar{W} - \frac{l^2}{\omega^3 K^2}\alpha\bar{Q} = 0 \quad (10)$$

这个三次方程的判别式为:

$$R = \frac{G^3}{27} + \frac{1}{4} \left(\frac{l^2 \alpha}{\omega^3 K^2} \right)^2 \bar{Q}^2 = \frac{G^3}{27} + \frac{1}{4} Q^{*2}$$

其中

$$Q^* = \frac{l^2 \alpha}{\omega^3 K^2} \bar{Q} = - \frac{Rgl^2}{c_p \omega^3 K^2 \bar{P}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} Q \tag{11}$$

当 $R > 0$ 时, 方程(10) 有一个实根; $R < 0$ 时, 有三个实根; $R = 0$ 时, 有二重实根和一单实根。且 $R < 0$ 时, 平衡态将有突变, 这时要求 $G < 0$ 且满足 $Q^{*2} < -\frac{4}{27}G^3$ 。突变的定性图象如图 2 所示, 图上实线表示稳定平衡态, 虚线表示不稳定平衡态。从图 2 看出, 若令

$$G^* = \sqrt{\frac{-4}{27}G^3}, \quad (G < 0)$$

则当 $|Q^*| < |G^*|$ 时, 有三个平衡态, 其中两个是稳定的, 一个是不稳定的; 当 $|Q^*| > |G^*|$ 时, 只有一个平衡态。当加热参数 Q^* 由负变正时, 在 A 点发生平衡态的突变; 而当 Q^* 由正变负时, 在 B 点发生状态突变。这反映了加热参数与台风强度显著变化之间有明显的关系。若取定 Q^* , 则突变条件为

$$G < -\sqrt[3]{\frac{27}{4}Q^{*2}} = G_c$$

系统平衡态的稳定性与 G_c 的关系如图 3 所示。图 3 中实线是稳定平衡态, 虚线是不稳定平衡态。由图 3 看出, 当 $G < G_c$ 时发生突变。临界值 G_c 是考察台风强度是否突变的一个重要指标。为了估计 G_c 的数值范围, 我们参照文献[6]的参数取值: $\bar{Q}/C_p: 1^\circ\text{C}/\text{d}, 2^\circ\text{C}/\text{d}, \dots, 10^\circ\text{C}/\text{d}; n = \pi/H, l = \pi/2r_0$ (H 是台风的厚度, r_0 是台风的扰动半径), $n/l = 2r_0/H = 60; g = 9.8\text{m} \cdot \text{s}^{-2}, \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} = -1.98 \times 10^{-6}\text{kg} \cdot \text{m}^{-4}, \bar{P} \approx 10^5\text{Pa}, R = 2.87 \times 10^2\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{C}^{-1}, \omega = 1.5 \times 10^{-4}\text{s}^{-1}$ 。

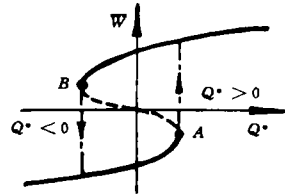


图 2 方程(10)平衡态随加热参数 Q^* 分布示意图

$$\begin{aligned} A: & \left(\sqrt{\frac{-4}{27}G^3}, -\sqrt{\frac{3}{2}Q^*} \right), \\ B: & \left(-\sqrt{\frac{-4}{27}G^3}, \sqrt{\frac{3}{2}Q^*} \right) \end{aligned}$$

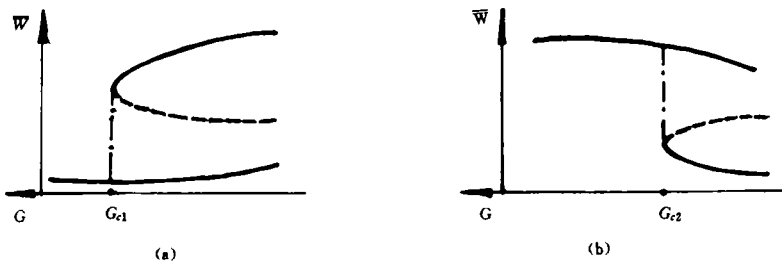


图 3 系统平衡态随 G 变化示意图

于是根据式(11),由上述参数值估计出 $Q^* = 5.16Q/c_p, G_c = -5.7 \sqrt{(Q/c_p)^2}$ 。 G_c 随加热强度 Q/c_p 的变化曲线(图略)表明,随着加热强度的增大, G_c (负值) 趋于减小;而且在 $Q/c_p < 3^\circ\text{C}/d$ 的范围内, G_c 随 Q/c_p 的增大而减小得较快。

3.3 其它物理因子的作用

由上述知,台风强度变化与参数 G 有关,而 G 是一个综合性参数,它的表达式也可写成:

$$G = \frac{n^2 I^2 + I^2 N^2}{\omega^2 K^2} + \frac{K^2}{\omega^4} C_y \cdot C_z (f\bar{u}_z + \bar{M}^2) \quad (12)$$

其中 $C_y = \omega/l, C_z = \omega/n$, 分别是重力惯性波沿 y, z 方向传播的速度。 $(f\bar{u}_z + \bar{M}^2)$ 表示非热成风因子,其中 \bar{u}_z 是平均西风的垂直切变, \bar{M}^2 与温度的水平梯度有关*。式(12)表明,重力惯性波的稳定性以及台风强度的变化,与惯性稳定度 (I^2)、层结稳定度 (N^2)、波的传播方向和速度以及非热成风等物理因子相联系,而因子间的相互作用及其对台风的影响非常复杂^[10],这种复杂的诊断关系造成预报上的困难。前面指出,台风强度突变发生在 $G < G_c < 0$ 的条件下。由式(12)知,在 $I^2 < 0$ (惯性不稳定) 及 $N^2 < 0$ (层结不稳定) 的情形下,若出现 $C_y \cdot C_z > 0, f\bar{u}_z + \bar{M}^2 < 0$, 或者 $C_y \cdot C_z < 0, f\bar{u}_z + \bar{M}^2 > 0$, 都易于引发台风强度的突变。

4 台风内核与外围的不同加热过程及其对台风强度突变的影响

4.1 台风内核与外围的不同加热过程

一般情况下,热带大气满足准正压假定,热力学方程可以写成^[5]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \hat{Q} - \frac{\theta_0}{g} N^2 w \quad (13)$$

其中 θ 为位温, θ_0 为一常数, w 是垂直速度, \hat{Q} 是台风内的平均加热。文献[7]给出热带气旋发展的5个阶段以及各个阶段系统内部不同部位 $\frac{\partial \theta}{\partial t} / \hat{Q}$ 数值的综合图象,见图4。图4(a)是低中心海平面气压和最大切向风速 (V_{\max}) 随时间的变化,据此把台风形成过程分为5个阶段(A—E)。图4(b)是这5个阶段 $\frac{\partial \theta}{\partial t} / \hat{Q}$ 的空间分布,其中横坐标 r 是低值系统的半径。

从图4(b)看出, $\frac{\partial \theta}{\partial t} / \hat{Q}$ 变化的型式基本上是两种:在离中心近处,其数值下降很快且呈曲线型式;而离中心一定距离之外,其数值近似为一常数且直线近于平行横坐标轴。台风形成后(图上D和E阶段),在离台风中心100—200km范围内, $\frac{\partial \theta}{\partial t} / \hat{Q}$ 数值以曲线型式急降,我们称之为“内核区”;而把200km以外的台风区域称为“外围”,这里 $\frac{\partial \theta}{\partial t} / \hat{Q}$ 接近常数,直线基本上平行横轴。引用这个图象是为了说明,在台风的内核与外围,非绝热加热过程有显著的差异,应当分别讨论加热的作用。从式(13)可得:

*对基本场,由热成风关系知 $\bar{M}^2 = - (g/\theta) (\partial \bar{\theta} / \partial y) = f\bar{u}_z$, 故 $(f\bar{u}_z + \bar{M}^2) = 2\bar{M}^2$

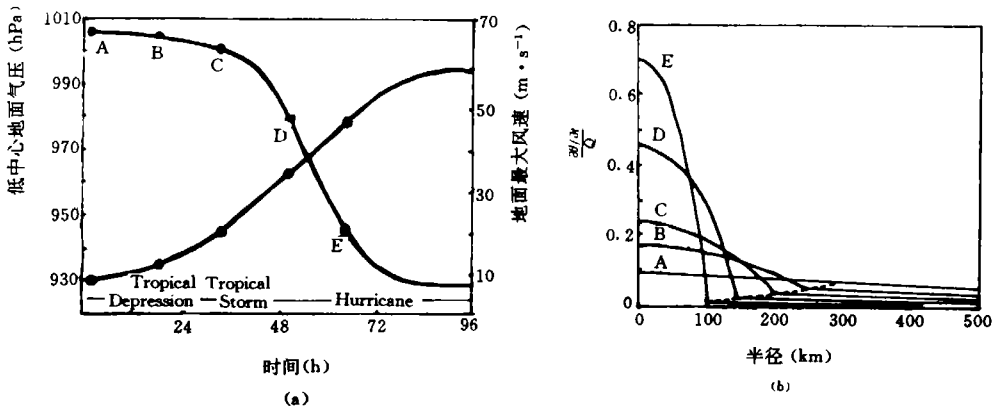


图4 台风形成的5个阶段及各阶段动力-热力特征(引自文献[7])

(a, 低中心海平面气压和最大切向风速随时间的变化;

b, 各阶段 $\frac{\partial\theta}{\partial x}/\bar{Q}$ 的空间分布, 横坐标 r 是低值系统的半径)

$$\frac{w}{\bar{Q}} = (1 - \frac{\partial\theta}{\partial x}/\bar{Q}) \frac{g}{\theta_0 N^2} \tag{14}$$

所以, 在台风内核区, $\frac{\partial\theta}{\partial x}/\bar{Q}$ 呈非线性变化, w/\bar{Q} 也是非线性的; 在台风外围, $\frac{\partial\theta}{\partial x}/\bar{Q}$ 接近常数, w/\bar{Q} 呈线性变化。

4.2 不同加热过程对台风强度突变的影响

4.2.1 对于台风内核

考虑非线性加热过程, 方程(8)中的加热因子取成如下的三次型式:

$$\alpha \bar{Q} = Q_1 + A\bar{W} + B\bar{W}^2 + C\bar{W}^3 \tag{15}$$

上式中的常数项 Q_1 以及系数 A、B、C 的取值参考文献[5]。将式(15)代入方程(8), 整理后得:

$$\bar{W} + a_1\bar{W}^3 + b_1\bar{W}^2 + c_1\bar{W} + d_1 = 0 \tag{16}$$

其中

$$\begin{cases} a_1 = 1 - \frac{l^2 C}{\omega^3 K^2}, & b_1 = -\frac{l^2 B}{\omega^3 K^2} \\ c_1 = G - \frac{l^2 A}{\omega^3 K^2}, & d_1 = -\frac{l^2 Q_1}{\omega^3 K^2} \end{cases} \tag{17}$$

作变量代换:

$$\bar{W} = x - \frac{b_1}{3a_1} \quad (a_1 \neq 0)$$

则式(16)化成

$$\bar{x} + px^3 + qx + r = 0 \tag{18}$$

式(18)中,

$$p = a_1, q = c_1 - \frac{b_1^2}{3a_1}$$

$$r = d_1 - \frac{c_1 b_1}{3a_1} - a_1 \left(\frac{b_1}{3a_1}\right)^3 + b_1 \left(\frac{b_1}{3a_1}\right)^2 \quad (19)$$

对方程(18)讨论如下:

(1) 若加热常数 $Q_1 = 0$, 则由式(17)知 $d_1 = 0$, 但只要 $r \neq 0$, 式(18)仍可发生突变现象。

(2) 若 $Q_1 = 0$ 且二次项系数 $B = 0$, 则由式(17)知 $d_1 = 0, b_1 = 0$, 于是式(19)中 $r = 0$, 式(18)变成

$$\ddot{x} + px^3 + qx = 0$$

上式中即使 $q = c_1 \neq 0$, 其解只可能有分岔现象而无突变。以上面讨论看出, 非线性加热过程($B \neq 0, r \neq 0$) 对台风内核区强度突变的重要性。张铭, 曾庆存^[4] 考虑的加热过程为 $Q = AW + BW^2$, 是式(15)中 $Q_1 = 0, C = 0$ 及 $B \neq 0$ 的情形, 由上面讨论知, 使用非线性数值模式可以讨论台风突变现象。

4.2.2 对于台风外围

考虑线性加热过程, 其形式可写成 $\alpha \bar{Q} = Q_1 + A\bar{W}$, 并将其代入方程(8), 得到:

$$\ddot{\bar{W}} + G\bar{W} + \bar{W}^3 - \frac{l^2}{\omega^3 K^2} (Q_1 + A\bar{W}) = 0 \quad (20)$$

方程(20)在 $Q_1 = 0$ 情形下只会有分岔现象而无突变, 这与文献[4]的结论一致。因此在线性型加热中, 定常加热($Q_1 \neq 0$) 是必须的, 方程(20)在 $Q_1 \neq 0$ 情形下有可能发生突变现象。

5 结束语

通过上述层结大气中重力惯性波的稳定性和分岔、突变的讨论, 把它们同台风强度的突变现象联系起来。主要结论是:

(1) 台风中的重力惯性波的强度突变与非绝热加热、大气层结稳定度、惯性稳定度以及非热成风等物理因子有关。

(2) 进一步把台风的内核区与外围的加热过程加以区别。考虑内核区的加热过程为非线性的, 指出在这里发生台风强度突变不仅要有非线性动力过程, 还要有非线性加热过程(至少二次项的系数 $B \neq 0$)。外围的加热过程则为线性的, 在这里的突变不仅要有非线性动力过程, 还要有定常的加热过程。因此, 在非线性模式里考虑非线性加热过程, 是本文讨论台风内核区强度突变的基本出发点。

(3) 通过上述分析表明, 引起台风内核与外围强度突变的物理过程有共同点也有不同之处。这一结果为进一步研究台风内核与外围的相互关系和相互作用, 分别寻求预报突变的物理判据, 提供了重要的依据。

(4) 在方程(7)左端的非线性项中, 我们只考虑含 W^3 的项而未考虑含 WW 项。事实上, W^3 与 WW 的量级大小难以比较; 这样做一方面要保持方程的非线性性质, 另一方面为了数学上处理方便。如何考虑 WW 的问题, 有待进一步研究。

参考文献

[1] 刘式适. 台风中的重力惯性波. 台风会议文集. 上海科学技术出版社. 1981. 180—189.

- [2] 刘式适, 倪秉健. 惯性稳定度、层结稳定度对台风发展的影响. 台风会议文集, 上海科学技术出版社, 1983. 13—23.
- [3] 杨大升, 丁敏芳. 台风发生的非线性动力机制. 台风会议文集. 北京: 气象出版社, 1985. 231—244.
- [4] 张铭, 曾庆存. 爆发性台风的数值模拟. 台风会议文集, 上海科学技术出版社, 1983. 92—101.
- [5] Li Tianming, Zhu Yongti. On the multiple equilibrium of the development of tropical cyclone in non-linear CISK model. *Advances in Atmospheric Sciences*. 1989. 4: 447—457.
- [6] Gray W M. Tropical cyclone genesis and intensification, *Intense Atmospheric Vortices*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1982.
- [7] Schubert W H and Hack J J. Inertial stability and tropical cyclone development, *J Atmos Sci*, 1982, 39, 1687—1697.
- [8] 张可苏. 大气动力学模式的比较研究. *中国科学*, 1980. 3: 277—287.
- [9] 刘式达, 刘式适. 大气中对流的分岔和突变模型. *力学学报*, 1984. 16(1): 10—19.
- [10] 李崇银. 对流凝结加热与不稳定波. *大气科学*, 1983. 7(3): 260—269.

THE EFFECTS OF HEATING IN THE INNER CORE AND THE EXTERNAL PART OF TYPHOON ON THEIR INTENSITY ABRUPT CHANGES

Xia Youlong Zheng Zuguang

Liu Shida

(*Beijing institute of Meteorology, Beijing, 100081*) (*Peking University, Beijing, 100871*)

Abstract

Using quasi-momentum non-divergence model involving adiabatic heating process, the influences of heating, inertial stability, stratified stability and non-thermal wind on the intensity change of inertial-gravity wave in typhoon are investigated. Furthermore, the heating processes of inner core and external part of typhoon are considered respectively. The results show that the necessary conditions of abrupt change of intensity in typhoon for inner core are not only the nonlinear dynamical but also the nonlinear heating processes, and those for external part are the nonlinear dynamical and steady heating processes.

Key words: Inertial-gravity wave, Inner core and external part of typhoon, Heating effect, Intensity abrupt changes.