

## 含经圈环流的基流的斜压不稳定\*

缪锦海 宋 燕

(北京气象学院, 100081)

### 提 要

基本气流含有经圈环流的斜压不稳定充要条件为,  $K^2 < 2F$  和  $(U_0 k + V_0 l)^2 > U_0 k^2$ . 因而, 对纯经向基流也可以出现斜压不稳定. 在西风基流和给定经向波数  $l > 0$  情况下, 正经圈环流使不稳定区域增大, 反经圈环流使不稳定区域减小. 而在东风基流情况下, 特征相反.

含有经圈环流的基流的不稳定增长率随波数变化特征与纯纬向基流的情况有着显著的不同.

**关键词:** 环流, 斜压不稳定, 条件.

### 1 引 言

平均经圈环流包括 Hadley 环流对于大气环流、波的传播和稳定性的影响, 已越来越受到人们的重视. Schneider 和 Watterson<sup>[1, 2]</sup> 发现在有 Hadley 环流时, 波的频散特征与不考虑 Hadley 环流有着显著的差别. 在没有 Hadley 环流情况, 定常波在东西风界面不能发生波能的经向传播, 而存在 Hadley 环流时, 则有经向传播. 但他们在讨论中, 用的是一层经向风, 并没有经圈环流. 因此, 实际上并非 Hadley 环流的完整影响.

Pedlosky<sup>[3]</sup> 用一层经向风研究了非纬向基本流的斜压不稳定问题. 最近, 李崇银<sup>[4]</sup> 讨论了二层经向流的影响, 但也没有完整地考虑平均经圈环流的影响. 在本文中, 我们将研究基本流含有平均经圈环流的斜压不稳定, 讨论不同经圈环流对其的影响.

### 2 二层模式中非纬向基流的斜压不稳定

我们采用 Phillips<sup>[5]</sup> 的二层模式, 把对流层大气分为二层. 假定上层大气厚度为  $D_1$ , 密度为  $\rho_1$ ; 下层大气厚度为  $D_2$ , 密度为  $\rho_2$ . 在  $\beta$  平面上, 忽略非绝热和地形影响, 考虑对流层顶和下边界摩擦作用的准地转位涡方程为:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \right] \left[ \nabla^2 \psi_1 - F_1(\psi_1 - \psi_2) + \beta y \right] = F \nu_1 \quad (1)$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \right] \left[ \nabla^2 \psi_2 - F_2(\psi_2 - \psi_1) + \beta y \right] = F \nu_2 \quad (2)$$

其中

\* 1990年11月20日收到原稿, 1991年5月24日收到修改稿.

$$F_i = -\frac{f_0^2 L^2}{gD_i(\Delta\rho/\rho_0)} \quad i=1,2 \quad (3)$$

在式(1)–(3)中,  $\psi_1, \psi_2$  分别为上层和下层的流函数;  $F_{v_1}, F_{v_2}$  分别为顶层和底层摩擦对位涡变化的影响项;  $L$  为扰动水平尺度;  $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$ ,  $\rho_0$  是大气密度特征量;  $f_0$  为科氏参数;  $\beta$  是科氏参数随  $y$  的变化率。

设流函数为基本运动状态和扰动二部分

$$\begin{cases} \psi_1 = \Psi_1 + \varphi_1(x, y, t) \\ \psi_2 = \Psi_2 + \varphi_2(x, y, t) \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{其中,} \quad \begin{cases} \Psi_1 = -U_1 y + V_1 x \\ \Psi_2 = -U_2 y + V_2 x \end{cases} \quad (5)$$

$U_n$  和  $V_n$  ( $n=1,2$ ) 分别为纬向基流和经向基流, 均为常数。将式(4)和(5)代入式(1)和(2), 得到线性化方程

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} + V_1 \frac{\partial}{\partial y} \right] \left[ \nabla^2 \varphi_1 - F_1(\varphi_1 - \varphi_2) \right] + V_1(\beta - F_1 U_2) + F_1 V_2 U_1 + \left[ \beta + F_1(U_1 - \right. \\ & \left. - U_2) \right] \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + F_1(V_1 - V_2) \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = F_{v_1} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_2 \frac{\partial}{\partial x} + V_2 \frac{\partial}{\partial y} \right] \left[ \nabla^2 \varphi_2 - F_2(\varphi_2 - \varphi_1) \right] + V_2(\beta - F_2 U_1) + F_2 V_1 U_2 + \left[ \beta + F_2(U_2 - \right. \\ & \left. - U_1) \right] \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} + F_2(V_2 - V_1) \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = F_{v_2} \end{aligned} \quad (7)$$

基本状态所满足的方程, 设  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ , 由方程(6)和(7)得到

$$\beta V_1 + F_1(V_2 U_1 - V_1 U_2) = F_{v_1} \quad (8)$$

$$\beta V_2 + F_2(U_2 V_1 - V_2 U_1) = F_{v_2} \quad (9)$$

在没有摩擦作用时, 式(8)和(9)变为

$$\beta V_1 + F_1(V_2 U_1 - V_1 U_2) = 0 \quad (10)$$

$$\beta V_2 + F_2(U_2 V_1 - V_2 U_1) = 0 \quad (11)$$

不难看出, 若忽略摩擦作用, 对基本流有严格限制, 不能随意任取。而考虑摩擦作用后, 基本流之间关系随不同摩擦特征而有变化。

设扰动为平面波解形式

$$\varphi_n = A_n e^{i(kx + ly - \sigma t)}, \quad n=1,2 \quad (12)$$

从式(6)和(7)减去式(8)和(9), 再将式(12)代入, 可得扰动所满足的方程

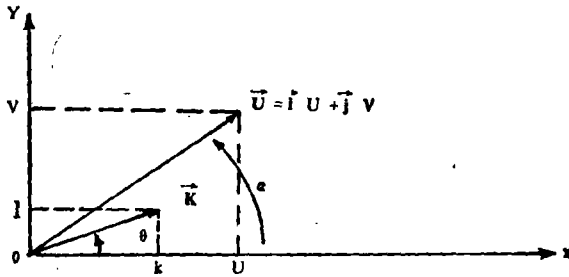
$$\begin{cases} (K^2 + F_1)(\sigma - U_1 k - V_1 l) + \beta k + F_1 \left[ k(U_1 - U_2) + l(V_1 - V_2) \right] \} A_1 \\ - F_1(\sigma - U_1 k - V_1 l) A_2 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} (K^2 + F_2)(\sigma - U_2 k - V_2 l) + \beta k + F_2 \left[ k(U_2 - U_1) + l(V_2 - V_1) \right] \} A_2 \\ - F_2(\sigma - U_2 k - V_2 l) A_1 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

其中全波数  $K^2 = k^2 + l^2$ , 并设

$$\begin{cases} C = \sigma/K \\ \tilde{\beta} = \beta k/K = \beta \cos\theta \\ \tilde{U}_n = (U_n k + V_n l)/K = (U_n^2 + V_n^2)^{1/2} \cos(\alpha_n - \theta), \quad n=1,2 \end{cases} \quad (15)$$

其中  $\theta$  是波矢量  $\mathbf{K} = k\mathbf{i} + l\mathbf{j}$  与  $x$  轴的夹角, 而  $\alpha_n$  是基本流  $\mathbf{V}_n = U_n \mathbf{i} + V_n \mathbf{j}$  与  $x$  轴的夹角,

图1 基本流 $U$ 与波矢量 $K$ 

如图1所示。 $\tilde{\beta}$ 是 $\beta$ 在波矢量方向上的投影, $\tilde{U}_0$ 为基本流在波矢量方向上的投影。

将式(15)代入式(13)和(14)可得

$$[(K^2 + F_1)(C - \tilde{U}_1) + F_1(\tilde{U}_1 - \tilde{U}_2) + \tilde{\beta}] A_1 - (C - \tilde{U}_1) F_1 A_2 = 0 \quad (16)$$

则有

$$(C - \tilde{U}_1) F_1 A_1 - [(K^2 + F_1)(C - \tilde{U}_1) + F_1(\tilde{U}_1 - \tilde{U}_2) + \tilde{\beta}] A_2 = 0 \quad (17)$$

$$C = \tilde{U}_2 + \frac{\tilde{U}_1 K^2 (K^2 + 2F_2) - \tilde{\beta} (K^2 + F_1 + F_2 + F_2)}{2K^2 (K^2 + F_1 + F_2)} \pm \frac{[\tilde{\beta}^2 (F_1 + F_2)^2 + 2\tilde{\beta} \tilde{U}_1 K^2 (F_1 - F_2) - K^2 \tilde{U}_1^2 (4F_1 F_2 - K^4)]^{1/2}}{2K^2 (K^2 + F_1 + F_2)} \quad (18)$$

$$\tilde{U}_1 = \tilde{U}_2 - \tilde{U}_1 = \frac{(U_1 - U_2)k + (V_1 - V_2)l}{K} \quad (19)$$

式(19)表示基本流在波矢量上投影之差。当 $F_1 = F_2 = F$ 时,式(18)成为

$$C = \tilde{U}_2 + \frac{\tilde{U}_1 K^2 (K^2 + 2F) - \tilde{\beta} (2K^2 + 2F)}{2K^2 (K^2 + 2F)} \pm \frac{[4\tilde{\beta}^2 F^2 - K^2 \tilde{U}_1^2 (4F^2 - K^4)]^{1/2}}{2K^2 (K^2 + 2F)} \quad (20)$$

$$C_1 = \frac{[K^2 \tilde{U}_1^2 (4F^2 - K^4) - 4\tilde{\beta}^2 F^2]^{1/2}}{2K^2 (K^2 + 2F)} \quad (21)$$

对全波数 $K$ 的波动的不稳定充分必要条件是

$$\begin{cases} K^2 < 2F \\ \tilde{U}_1^2 > \tilde{U}_2^2 = \frac{4\tilde{\beta}^2 F^2}{K^2 (4F^2 - K^4)} = \frac{4\tilde{\beta}^2 k^2 F^2}{K^2 (4F^2 - K^4)} \end{cases} \quad (22)$$

这不稳定充要条件在形式上与纯纬向基流的斜压不稳定充要条件是一样的(即 $K^2 < 2F$ 和 $U_1^2 > U_2^2$ )。式(22)是以前纯纬向基流的斜压不稳定充要条件的推广。由 $\tilde{U}_1$ 的性质可知, $U_1$ 与基本流在波矢量上的投影有关。因而,式(22)也反映了基本流在波矢量上投影所引起的不稳定性。

### 3 含经圈环流的基流的斜压不稳定

当 $V_1 = V_2 = 0$ 时,由式(15)可知, $\tilde{U}_1 = U_1$ ,就可得到Phillips<sup>[6]</sup>的纯纬向基流斜压不稳定的结果。当 $U_1 \neq 0$ , $V_1 \neq 0$ ,而 $U_2 = V_2 = 0$ 时,由式(22)可得到与Pedlosky<sup>[8]</sup>的简单非纬向基流的斜压不稳定的结果。下面着重讨论含有经圈环流(即上下层有相反的经向风)基流的斜压不稳定。利用式(15)将式(22)改写为

$$(U_1 k + V_1 l)^2 > U_1 k^2 \quad (23)$$

设 $k \neq 0$ ,式(23)可变为

$$(U_1 + V_1 \frac{l}{k})^2 > U_1 \quad (23)'$$

其中

$$\begin{cases} U_1 = U_1 - U_2 \\ V_1 = V_1 - V_2 \\ U_1^2 = \frac{4\tilde{\beta}^2 F^2}{K^2 (4F^2 - K^4)} \end{cases} \quad (24)$$

1. 首先讨论只有经圈环流的基流情况,即 $V_1 \neq 0$ , $V_2 = 0$ , $U_1 = U_2 = 0$ 。由式(23)

可得

$$V_s^2 > U_c^2 k^2 \tag{25}$$

在  $l \neq 0$  时, 上式可改为

$$V_s^2 > U_c^2 \left(\frac{k}{l}\right)^2 \tag{25}'$$

在大气中, 若存在正的经圈环流(上层南风, 下层北风,  $V_s > 0$ ), 当满足  $V_s > |U_c| \frac{k}{l}$  (设  $k > 0, l > 0$ ) 就会出现不稳定; 若存在反经圈环流(上层北风, 下层南风,  $V_s < 0$ ), 当满足  $V_s < -|U_c| \frac{k}{l}$  条件, 就会出现不稳定; 当  $k = 0$  时, 式(25)成为  $V_s^2 > U_c^2 k^2 / l^2 = 0$  ( $l \neq 0$ ), 即任意的  $|V_s| > 0$  都会出现不稳定。由此可见, 在没有纬向基流, 只有经向基流, 包括经圈环流的情况下, 在适当条件下, 也会出现斜压不稳定, 引起扰动的发展。

2. 对于  $U_s \neq 0, V_s \neq 0$  基流情况

由式(23)', 可得以下条件

$$U_s + V_s \frac{l}{k} > |U_c| \tag{26}$$

$$U_s + V_s \frac{l}{k} < -|U_c| \tag{27}$$

对于式(26)的情况, 令  $U_c^* = |U_c| - V_s \frac{l}{k}$ , 则式(26)可改写为  $U_s > U_c^*$  (26)'  
 这表示非纬向基流的斜压不稳定的充要条件所要求的纬向风条件。而没有经向基流的纯纬向基流的斜压不稳定充要条件为

$$U_s > |U_c| \tag{28}$$

比较这二个关系可以看到经圈环流对斜压不稳定充要条件有一定的影响; 设  $k > 0, l > 0, V_s = V_1 - V_2 > 0$ , 正经圈环流情况下,  $U_c^* < |U_c|$ , 说明斜压不稳定区域增大。图2给出在  $V_s = 0$  纯纬向流的临界曲线  $|U_c|$ , 以曲线①表示, 而曲线②为在给定  $V_s = 5 \text{ m/s}, l = 0.1$  时的  $U_c^*$  的曲线, 曲线③则为  $V_s = -5 \text{ m/s}, l = 0.1$  时的  $U_c^*$  的曲线。在反经圈环流  $V_s < 0$  时,  $U_c^* > |U_c|$ , 斜压不稳定区域减少。

对于式(27), 则表示在东风基流情况下, 经圈环流的影响, 改写式

$$U_s < -|U_c| - V_s \frac{l}{k} = U_c^* \tag{29}$$

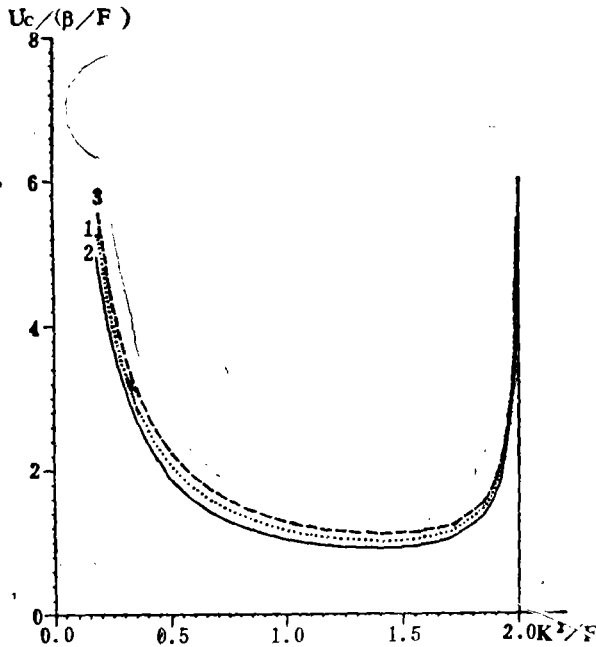


图 2 不同基流条件下的临界切变  $U_c^*$  的曲线

(①曲线为纯纬向流, ②曲线为正经圈环流,

③曲线为反经圈环流, 其他说明见文章)

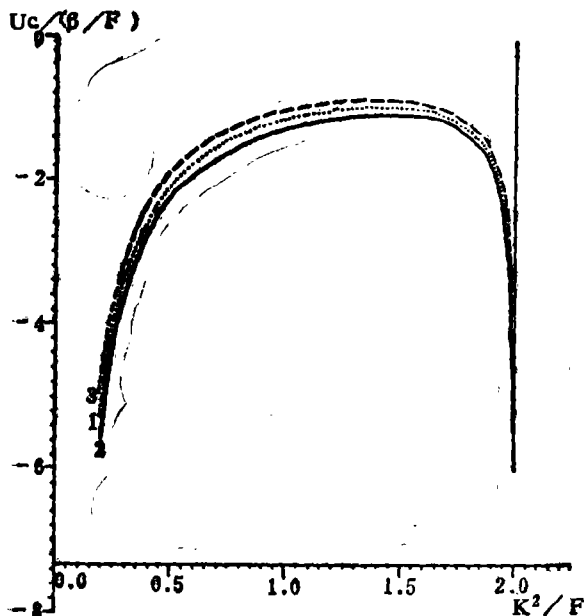


图3 不同基流条件下的临界切变 $U_c^{**}$ 的曲线

(说明见图2)

$$C_i = \frac{\left\{ K^4 \left[ |U_1| \cos(\alpha_1 - \theta) - |U_2| \cos(\alpha_2 - \theta) \right]^2 (4F^2 - K^4) - 4 \frac{\beta^2 k^2}{K^2} F^2 \right\}^{1/2}}{2K^2(K^2 + 2F)} \quad (30)$$

$$\text{其中 } |U_1| = (U_1^2 + V_1^2)^{1/2}, |U_2| = (U_2^2 + V_2^2)^{1/2} \quad (31)$$

$$\text{并令 } a^2 = K^2/F \quad (32)$$

由式(30)可得不稳定增长率

$$\frac{KC_i}{\beta/F^{1/2}} = \frac{\left\{ a^4(4 - a^4) \left[ |U_1|' \cos(\alpha_1 - \theta) - |U_2|' \cos(\alpha_2 - \theta) \right]^2 - 4 \cos^2 \theta \right\}^{1/2}}{2a(a^2 + 2)} \quad (33)$$

$$\text{其中 } |U_1|' = F/\beta (U_1^2 + V_1^2)^{1/2}, |U_2|' = F/\beta (U_2^2 + V_2^2)^{1/2} \quad (34)$$

对于给定 $a^2$ 值,  $KC_i$ 的极大值对应于函数

$$I_{12}(\alpha_1, \alpha_2, \theta) = M(a) \left[ |U_1|' \cos(\alpha_1 - \theta) - |U_2|' \cos(\alpha_2 - \theta) \right]^2 - \cos^2 \theta \quad (35)$$

的极大值, 式中

$$M(a) = \frac{a^4}{4} (4 - a^4) \geq 0 \quad (36)$$

式(35)可改写为

$$I_{12} = M(a) \left[ C_{12} \cos^2 \theta + 2C_{12} S_{12} \cos \theta \sin \theta + S_{12}^2 \sin^2 \theta \right] - \cos^2 \theta \quad (37)$$

其中

$$\begin{cases} C_{12} = |U_1|' \cos \alpha_1 - |U_2|' \cos \alpha_2 \\ S_{12} = |U_1|' \sin \alpha_1 - |U_2|' \sin \alpha_2 \end{cases} \quad (38)$$

对于固定的 $\alpha_1, \alpha_2$ , 在

$$\frac{\partial}{\partial \theta} I_{12}(\alpha_1, \alpha_2, \theta) = 0 \quad (39)$$

处,  $I_{12}, KC_i$ 有极值。由式(39)、(37)可得在

同样, 比较式(28)和(29), 可以看到在东风基流情况下, 经圈环流对斜压不稳定的影响。图3给出了纯东风基流的临界切变曲线, 用曲线①表示, 曲线②是在给定 $V_1 = 5 \text{ m/s}, l = 0.1$ 时的 $U_c^{**}$ 曲线, 而曲线③则为 $V_1 = -5 \text{ m/s}, l = 0.1$ 时的 $U_c^{**}$ 曲线。 $V_1 > 0$ 的正环流使不稳定区域减小, 而 $V_1 < 0$ 的反环流则使不稳定区域增大。

下面来讨论不稳定增长率随波数变化的情况。由式(21)可知斜压不稳定性 $C_i$ , 并把式(15)和(19)代入, 可得

$$\tan 2\theta_m = \frac{2M(a)C_{i2}S_{i1}}{[M(a)(C_{i2}^2 - S_{i1}^2) - 1]} \quad (40)$$

处,  $I_{1,2}, KCi$  有极值。下面讨论一个特例:  $U_1 = 15.9\text{m/s}, V_1 = 5.3\text{m/s}, U_2 = 5.3\text{m/s}, V_2 = -5.3\text{m/s}, U_1 - U_2 = 10.6\text{m/s}, |U_1 - U_2| = 15\text{m/s}, \alpha_1 = 18.4^\circ, \alpha_2 = -45^\circ, U_1 - U_2$  的风向角  $\alpha = 45^\circ$ , 设  $\beta/F = 10\text{m/s}$ , 此例中  $V_i = V_1 - V_2 > 0$  是正经圈环流。设  $M(a) = 1$ , 即在纯纬向基流的临界波数  $K^2 = \sqrt{2}F$  处的值。  $U_1 - U_2 > |U_c| = \beta/F, |U_1 - U_2| = 15\text{m/s}$  为临界风速  $10\text{m/s}$  的 1.5 倍。即这个切变对纯纬向流也是不稳定的。利用式(37)和(40), 可以计算不同扰动波矢量方向的不稳定性。从图 4 可以看到, 最不稳定扰动  $\theta_{m1} = 57^\circ$  ( $l$  稍大于  $k, l > 0, k > 0$ ) 和  $\theta_{m2} = -123^\circ$  ( $l < 0, k < 0$ ), 其不稳定性  $I_* = KCia(2 + a^2)F^{1/2}/\beta = (I_{1,2})^{1/2} = 1.38$ 。可见, 考虑经圈环流后的不稳定性与纯纬向流有很大的不同, 其不稳定性也有很大的变化。

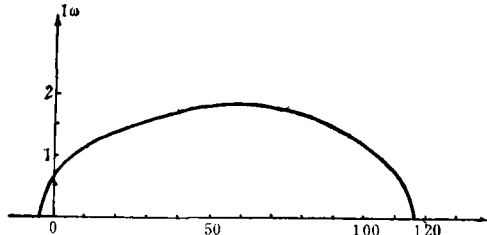


图 4 具有基流  $U_1 = 15.9\text{m/s}, U_2 = 5.3\text{m/s}, V_1 = 5.3\text{m/s}, V_2 = -5.3\text{m/s}$  (正经圈环流) 时, 不稳定增长率随矢量方向变化的函数图

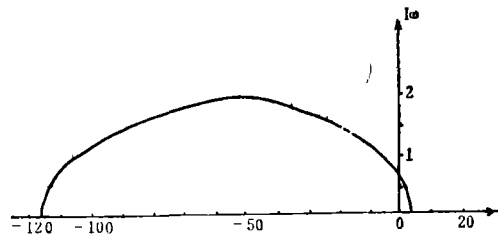


图 5 具有基流  $U_1 = 15.9\text{m/s}, U_2 = 5.3\text{m/s}, V_1 = -5.3\text{m/s}, V_2 = 5.3\text{m/s}$  (反正经圈环流) 时, 不稳定增长率随矢量方向变化的函数图

图 5 给出了与图 4 的经圈环流相反的另一特例的不稳定特征的变化图。从图 5 可以看到, 在形状上与图 4 基本相似, 但  $I_{1,2}$  达到极大值的波矢量方向  $\theta_{m1} = -57^\circ$  和  $\theta_{m2} = 123^\circ$ 。

为了全面了解经圈环流对斜压不稳定的影响, 我们计算了不同经向速度的正和反经圈环流, 而  $|\Delta U| = |U_1 - U_2|$  保持不变,  $\Delta U = U_1 - U_2$  的风向角  $\alpha$  相应变化的情况下的不稳定性特征。具体情况见表 1 和表 2。

表 1 含经圈环流的基流的不稳定增长率随波数变化特征  $|\Delta U| = 15\text{m/s}$   
a 含正经圈环流

$V_1$	$V_2$	$U_1$	$U_2$	$ \Delta U $	$\alpha$	$\theta_m$	$(I_{1,2})_m$	$\theta_1 - \theta_2$	$\Delta\theta$
0.0	0.0	15.0	0.0	15	0	0.0	1.25	-180—180	360
0.7	-0.7	15.6	0.7	15	5	8.9	1.26	-75—95	170
1.9	-1.9	16.4	1.9	15	15	24.9	1.36	-49—100	149
3.2	-3.2	16.8	3.2	15	25	37.7	1.52	-30—105	135
4.3	-4.3	16.6	4.3	15	35	48.1	1.69	-15—111	126
5.3	-5.3	15.9	5.3	15	45	57.0	1.86	-3—117	120
6.1	-6.1	14.7	6.1	15	55	65.0	2.00	6—123	117
6.8	-6.8	13.1	6.8	15	65	72.4	2.12	15—130	115
7.2	-7.2	11.1	7.2	15	75	79.6	2.17	23—136	113
7.47	-7.47	8.8	7.47	15	85	86.5	2.24	30—143	113
7.5	-7.5	7.5	7.5	15	90	90.0	2.25	34—146	112

b 含反经圈环流

$V_1$	$V_2$	$U_1$	$U_2$	$ \Delta U $	$\alpha$	$\theta_m$	$(I_{1,2})_m$	$\theta_1 - \theta_2$	$\Delta\theta$
0.0	0.0	15.0	0.0	15	0	0.0	1.25	-180—180	360
-0.7	0.7	15.6	0.7	15	-5	-8.9	1.26	-95—75	170
-1.9	1.9	16.4	1.9	15	-15	-24.9	1.36	-100—49	149
-3.2	3.2	16.8	3.2	15	-25	-37.7	1.52	-105—30	135
-4.3	4.3	16.6	4.3	15	-35	-48.1	1.69	-111—15	126
-5.3	5.3	15.9	5.3	15	-45	-57.0	1.86	-117—3	120
-6.1	6.1	14.7	6.1	15	-55	-65.0	2.00	-123—-6	117
-6.8	6.8	13.1	6.8	15	-65	-72.4	2.12	-130—-15	115
-7.2	7.2	11.1	7.2	15	-75	-79.6	2.17	-136—-23	113
-7.47	7.47	8.8	7.47	15	-85	-86.5	2.24	-143—-30	113
-7.5	7.5	7.5	7.5	15	-90	-90	2.25	-146—-34	112

表1a为正经圈环流的特征。随着风向角 $\alpha$ 的增大,对应纬向风切变由大变小,正经圈环流 $V_1 - V_2$ 由小变大。即在纬向风切变影响减小而经向风切变影响增加情况下,斜压不稳定特征的变化。在 $|U_1 - U_2| = 15\text{m/s}$ ,  $U_1 - U_2$ 风向角 $\alpha = 0$ 情况下,纯纬向流切变(15m/s)大于临界切变( $\beta/F = 10\text{m/s}$ ),扰动是不稳定的。当出现经圈环流后,斜压不稳定波的特征发生变化。表1中的 $\theta_1 - \theta_2$ 就是不稳定的波矢量方向角范围,而 $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ ,表示不稳定波矢量方向的范围大小, $\theta_m$ 为最不稳定的矢量方向, $(I_{1,2})_m$ 是最不稳定矢量方向的不稳定性。当纬向流切变减小,而经向流切变增加时,表1a中最不稳定波矢量方向角增加,最不稳定性 $(I_{1,2})_m$ 也相应增加,但 $\Delta\theta$ 却逐渐缩小。表1b为反经圈环流的情况。与表1a情况不同在:首先 $\alpha$ 为负角, $\theta_m$ 也为负值;其次,不稳定波矢量方向范围不同,随着 $\alpha$ 减小,反经圈环流强度增加, $(I_{1,2})_m$ 增加, $\Delta\theta$ 减小。

表2中, $|U_1 - U_2| = 5\text{m/s}$ ,表2a是正经圈环流的特征,表2b是反经圈环流的特征。纯纬向切变为5m/s小于临界切变( $\beta/F = 10\text{m/s}$ ),故,对纯纬向流而言,扰动是稳定的。但由于经圈环流的影响,可以在某些矢量方向的扰动出现不稳定。表2a中,随正经圈环流加强, $\Delta\theta$ 增加(但比表1情况小,特征也相反),另外, $(I_{1,2})_m$ 增加, $\theta_m$ 接近 $90^\circ$ 。对于反经圈环流的情况,见表2b, $\alpha$ 为负值, $\theta_m$ 也为负值;随着反经圈环流强度加强, $(I_{1,2})_m$ 增加, $\Delta\theta$ 也增加。

#### 4 结 语

由以上讨论可知,考虑经圈环流后的二层模式斜压不稳定特征比纯纬向流的情况复杂得多,其主要特征如下:

1. 当只存在经向基流时,也可以出现斜压不稳定。其充要条件:

$$K^2 < 2F \text{ 和 } V^2 > (U, \frac{k}{l})^2$$

2. 含有经圈环流的基流的斜压不稳定充要条件为  $K^2 < 2F$  和  $(U, k + V, l)^2 > U^2 k^2$ 。给定经向波数  $l > 0$ , 在西风基流情况下, 从经圈环流对纬向基流临界切变的变化来看, 正经圈环流使不稳定区域增大, 反经圈环流使不稳定区域减小, 而在东风基流情况下, 特征相反。这说明了在线性理论中, 斜压不稳定也不会无限增加。

表 2 含经圈环流的基流的不稳定增长率随波数变化特征  $|\Delta U| = 5 \text{ m/s}$ 

## a 正经圈环流

$V_1$	$V_2$	$U_1$	$U_2$	$ \Delta U $	$\alpha$	$\theta_m$	$(I_{1,1})_m$	$\theta_1 - \theta_2$	$\Delta \theta$
0.0	0.0	5.00	0.0	5	0	0	-0.75		
0.22	-0.22	5.20	0.22	5	5	88.4	0.0025	85 — 91	6
0.65	-0.65	5.48	0.65	5	15	85.5	0.02	76 — 95	19
1.06	-1.06	5.59	1.06	5	25	83.6	0.06	69 — 98	29
1.43	-1.43	5.53	1.43	5	35	82.7	0.10	64 — 101	37
1.77	-1.77	5.31	1.77	5	45	83.0	0.14	61 — 105	44
2.05	-2.05	4.92	2.05	5	55	83.9	0.18	60 — 108	48
2.27	-2.27	4.38	2.27	5	65	85.3	0.21	60 — 111	51
2.41	-2.41	3.70	2.41	5	75	87.1	0.24	61 — 113	52
2.49	-2.49	2.93	2.49	5	85	89.0	0.249	62 — 115	53
2.50	-2.50	2.50	2.50	5	90	90.0	0.25	63 — 117	54

## b 反经圈环流

$V_1$	$V_2$	$U_1$	$U_2$	$ \Delta U $	$\alpha$	$\theta_m$	$(I_{1,1})_m$	$\theta_1 - \theta_2$	$\Delta \theta$
0.0	0.0	5.00	0.0	5	0	0	-0.75		
-0.22	0.22	5.20	0.22	5	-5	-88.4	0.0025	-91 — -85	6
-0.65	0.65	5.48	0.65	5	-15	-85.5	0.02	-95 — -76	19
-1.06	1.06	5.59	1.06	5	-25	-83.6	0.06	-98 — -69	29
-1.43	1.43	5.53	1.43	5	-35	-82.7	0.10	-101 — -64	37
-1.77	1.77	5.31	1.77	5	-45	-83.0	0.14	-105 — -61	44
-2.05	2.05	4.92	2.05	5	-55	-83.9	0.18	-108 — -60	48
-2.27	2.27	4.38	2.27	5	-65	-85.3	0.21	-111 — -60	51
-2.41	2.41	3.70	2.41	5	-75	-87.1	0.24	-113 — -61	52
-2.49	2.49	2.93	2.49	5	-85	-89.0	0.249	-115 — -62	53
-2.50	2.50	2.50	2.50	5	-90	-90.0	0.25	-117 — -63	54



3. 含有经圈环流的基流的不稳定增长率随波数变化特征与纯纬向流有显著的不同。在基本流垂直切变大小比纯纬向流临界切变大时, 在有经圈环流后, 并不是所有波矢量方向都不稳定。正经圈环流强度增加, 纬向流切变减少时, 不稳定的波矢量方向范围缩小, 最不稳定波的不稳定性增加, 最不稳定波矢量方向角增加。当反经圈环流的强度增加, 也有类似的性质, 但最不稳定矢量方向角为负值, 不稳定性波矢量方向范围不同。对于基本流垂直切变大小比纯纬向流临界切变小时, 还会出现不稳定区域, 而且随着正、反经圈环流强度增加, 不稳定波矢量范围大小反而增加。

### 参 考 文 献

- [1] Schneider E K . Wattenson I G. Stationary Rossby wave propagation through easterly layers. *J Atmos Sci*, 1984, 41, 2069-2083.
- [2] Wattenson I G, Schneider E K. The effect of the Hadley circulation on the meridional propagation of stationary waves. *Quart J Roy Meteor Soc*, 1987, 113, 779-813.
- [3] Pedlosky J. *Geophysical fluid dynamics*. Springer-Verlag, New-York Heidelberg Berlin, 1979. (中译本, 地球物理流体动力学导论)
- [4] 李崇银. 非纬向基本气流的斜压不稳定. *气象学报*, 1984, 42(2), 148-156.
- [5] Phillips N A. Energy transformations and meridional circulations associated with simple baroclinic waves in a two-level, quasi-geostrophic model. *Tellus*, 1954, 6, 273-286.

## BAROCLINIC INSTABILITY OF THE BASIC STATE WITH MERIDIONAL CIRCULATION

Miao Jinhai    Song Yan

(Beijing Institute of Meteorology, Beijing 100081)

### Abstract

The sufficient and necessary conditions of baroclinic instability of the basic flow including meridional circulation are  $K^2 < 2F$  and  $(U_{sk} + V_{sl})^2 > U_c^2 k^2$ . The baroclinic instability can occur in only meridional flows. If the meridional wavenumber  $l (l > 0)$  is known in westerlies, the direct meridional circulation expands the unstable area and the indirect meridional circulation reduces it oppositely. But the features are contrary in easterlies.

The instability growth rate of the basic flow including meridional circulation varying with wavenumber  $K$  is remarkably different from that of only zonal basic flow.

**key words:** Circulation, Baroclinic instability, Condition.