

三维多元最优插值的区域性试验*

盛 华 纪立人

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文选用 500 hPa, 300 hPa 两层, 三个变量, 即位势高度(ϕ), 沿纬圈的风分量(u), 沿经圈的风分量(v), 在东亚区域($20^{\circ}\text{N}-60^{\circ}\text{N}$, $75^{\circ}\text{E}-140^{\circ}\text{E}$)进行了最优插值的区域性试验, 按 660×660 Km 分成 66 个盒子进行分析。本文推导出一套球坐标系下的误差协方差公式, 建立了一套自动资料质量检验程序, 并进行了格点分析, 分析出插值增量和插值误差。同时本文还讨论了最优插值的数学问题, 着重讨论了误差协方差矩阵 M 的特征, 提出了两种方法来修正 M 矩阵, 保证最优插值顺利进行。

一、引 言

本世纪 60 年代初期, 苏联刚金(Gandin, 1963)提出了最优插值方法, 由于这种方法具有综合不同类型观测资料的能力, 适合于对不同类型不同时次资料进行四维同化分析。众所周知, 目前欧洲中期数值天气预报中心(ECMWF)的中期预报处于世界领先地位, 其中四维同化系统是欧洲中心的一大特色。[本格森(L. K. Bengtsson), 洛伦茨(A. C. Lorenc 和豪林伍尔斯(A. Hollingsworth)]等人对最优插值方法进行了全面的理论研究, 对此方法不断改进和完善, 非常灵活地把它应用到全球四维同化系统中。最优插值方法在全球业务预报中起了重要的作用, 它为 1979 年全球观测试验提供了全球资料分析, 成功地产生了质量较高的 FGGE III-B 资料。

为了开发 EC 的四维同化方案, 建立具有我国自己特色的全球客观分析和四维同化系统, 我们进行了三维多元最优插值的区域性试验。选用 500 hPa, 300 hPa 两层, 三个变量, 即位势高度(ϕ), 沿纬圈的风分量(u), 沿经圈的风分量(v); 在东亚区域($20^{\circ}\text{N}-60^{\circ}\text{N}$, $75^{\circ}\text{E}-140^{\circ}\text{E}$)进行了试验, 按 660×660 Km 分成 66 个盒子(图略)进行分析。推导出一套球坐标系下的误差协方差公式。最优插值方法主要包括两方面的内容, 其一是建立一套自动资料质量检验系统, 其二是格点分析, 分析出插值增量和插值误差。最后我们讨论了最优插值方法中的数学问题, 着重讨论协方差矩阵 M 的特性, 并提出两种方法来修正 M , 以便最优插值顺利进行。

二、预报误差协方差和观测误差协方差模型

1. 预报误差模型

* 本文于 1988 年 8 月 26 日收到, 1989 年 4 月 27 日收到修改稿; 此文系中期数值天气预报研究课题资助项目。

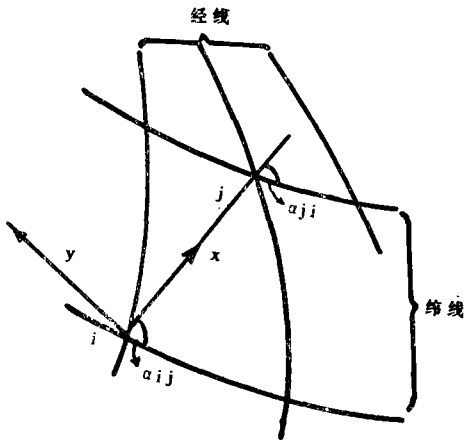


图 1 坐标

建立合理的预报误差协方差模型是最优插值的基础, 本文采用高斯函数分布模型, 利用地转关系可推出三个变量(ϕ , u , v) 之间的相互关系。我们选择的坐标是(图 1): 矢径方向为 x 方向, 垂直于矢径方向为 y 方向, 旋转一个角度即可得到沿纬圈、经圈的分量。下面列出三个变量的九个关系式。

$$\begin{aligned} \langle e_i^\phi e_j^\phi \rangle &= E_i^\phi E_j^\phi M_{\phi,ij} \exp(-br_{ij}^2) \\ &= E_i^\phi E_j^\phi M_{\phi,ij} F_\phi(r_{ij}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\langle e_i^\phi e_j^u \rangle = \sqrt{2b} E_i^\phi E_j^u M_{\phi,ij} \sin \alpha_{ji} F_\phi(r_{ij}) \times r_{ij} \quad (2)$$

$$\langle e_i^\phi e_j^v \rangle = \sqrt{2b} E_i^\phi E_j^v M_{\phi,ij} \cos \alpha_{ji} F_\phi(r_{ij}) \times (-r_{ij}) \quad (3)$$

$$\langle e_i^u e_j^\phi \rangle = \sqrt{2b} E_i^u E_j^\phi M_{\phi,ij} \sin \alpha_{ij} F_\phi(r_{ij}) \times (-r_{ij}) \quad (4)$$

$$\langle e_i^u e_j^u \rangle = \sqrt{2b} E_i^u E_j^u M_{\phi,ij} \cos \alpha_{ij} F_\phi(r_{ij}) \times r_{ij} \quad (5)$$

$$\langle e_i^u e_j^v \rangle = E_i^u E_j^v M_{\phi,ij} \cos \alpha_{ij} \cos \alpha_{ji} [1 + \operatorname{tg} \alpha_{ij} \operatorname{tg} \alpha_{ji} (1 - 2br_{ij}^2)] F_\phi(r_{ij}) \quad (6)$$

$$\langle e_i^v e_j^\phi \rangle = E_i^v E_j^\phi M_{\phi,ij} \cos \alpha_{ij} \cos \alpha_{ji} [\operatorname{tg} \alpha_{ij} - \operatorname{tg} \alpha_{ji} (1 - 2br_{ij}^2)] F_\phi(r_{ij}) \quad (7)$$

$$\langle e_i^v e_j^u \rangle = E_i^v E_j^u M_{\phi,ij} \cos \alpha_{ij} \cos \alpha_{ji} [\operatorname{tg} \alpha_{ij} - \operatorname{tg} \alpha_{ji} (1 - 2br_{ij}^2)] F_\phi(r_{ij}) \quad (8)$$

$$\langle e_i^v e_j^v \rangle = E_i^v E_j^v M_{\phi,ij} \cos \alpha_{ij} \cos \alpha_{ji} [\operatorname{tg} \alpha_{ij} \operatorname{tg} \alpha_{ji} + (1 - 2br_{ij}^2)] F_\phi(r_{ij}) \quad (9)$$

其中: $E_i^u = E_i^\phi \frac{G_i}{f_i} \sqrt{2b}$; E_i^ϕ 为高度预报误差, E_i^u 为风预报误差; f_i 为 i 站的柯氏参数; G_i 是表示地转程度的常数; α_{ij} 是矢径 r_{ij} 在 i 站与纬圈的夹角; α_{ji} 是矢径 r_{ij} 在 j 站与纬圈的夹角; $r_{ij}^2 = R^2 \left[(\phi_i - \phi_j)^2 \cos^2 \left(\frac{\phi_i + \phi_j}{2} \right) + (\lambda_i - \lambda_j)^2 \right]$, R 是地球半径; $\langle \rangle$ 表示两变量的协方差; b 为相关函数的宽度, 量纲是长度单位, 若从气候场出发, 则 $b = 1000$ km; $M_{\phi,ij}$ 表示垂直高度误差相关(见表 1)。

对于平面情况, 我们可得到图 2。图 2 中的 9 张图表示 3 个变量的 9 个关系式。

2. 观测误差相关

本文只用一种类型的观测资料(即探空资料)试验, 不考虑观测误差的水平相关, 只考虑位势高度与风的垂直相关, 所以它只出现在相关阵 \underline{M} 的主对角线以及次对角线上。

三、资料检验

在资料分析过程中, 对观测资料的检验是十分重要的。当手工分析天气图时, 往往凭经验来决定资料的取舍, 它直接影响系统的分析。要进行资料的客观分析和资料的四维同化, 必须建立一套自动检验资料的程序。这里不准备谈资料的预处理方法。如何剔除错误的资料, 对于测站稠密地区的资料, 如何既保留资料信息, 又避免计算中遇到麻烦, 形成复合观测资料, 这都是检验资料要解决的问题。资料检验分三步进行。

表 1 高度垂直预报误差相关以及各层上的方差

	1000	850	700	500	400	300	250	200	150	100
1000	1.000	0.777	0.584	0.421	0.330	0.207	0.114	0.035	0.004	0.016
850	0.777	1.000	0.908	0.661	0.518	0.355	0.235	0.110	0.054	0.099
700	0.584	0.908	1.000	0.821	0.666	0.496	0.364	0.215	0.158	0.192
500	0.421	0.661	0.821	1.000	0.920	0.740	0.600	0.396	0.328	0.336
400	0.330	0.518	0.666	0.920	1.000	0.897	0.650	0.390	0.363	0.414
300	0.207	0.355	0.496	0.740	0.897	1.000	0.821	0.565	0.539	0.518
250	0.114	0.235	0.364	0.600	0.650	0.821	1.000	0.873	0.769	0.528
200	0.035	0.110	0.215	0.396	0.390	0.565	0.873	1.000	0.884	0.524
150	0.004	0.054	0.158	0.328	0.363	0.539	0.769	0.884	1.000	0.691
100	0.016	0.099	0.192	0.336	0.414	0.518	0.528	0.524	0.691	1.000
误差方差	17.0	16.8	18.7	23.0	26.9	33.0	39.1	50.8	51.9	46.0

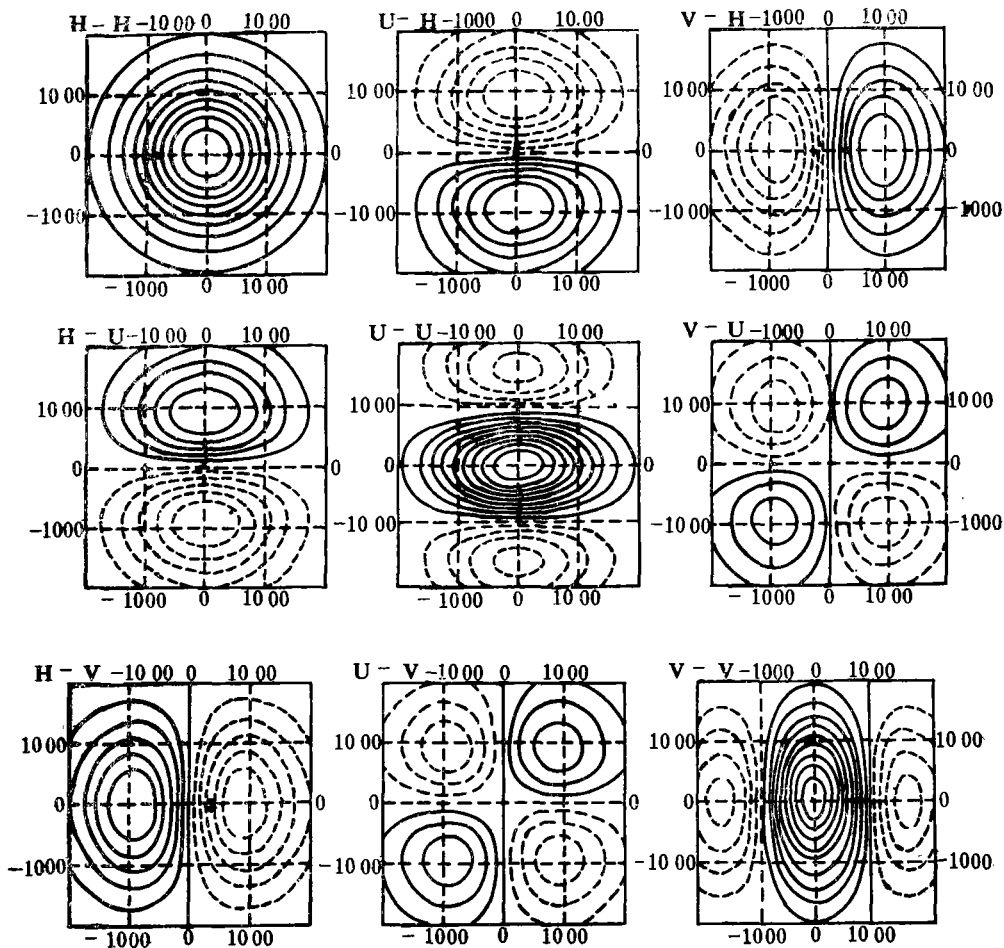


图 2 高度与风的水平误差相关图(单位: km)

表 2 观测的均方根误差

	1000	850	700	500	400	300	250	200	150	100	
探空风	1.8	1.8	2.9	3.4	3.9	4.9	5.5	5.9	5.9	5.9	(m/s)
探空高度	7.0	8.0	8.6	12.1	14.9	18.8	25.4	27.7	32.4	39.4	(m)

表 3 探空高度误差的垂直相关

	1000	850	700	500	400	300	250	200	150	100
1000	1.000	0.683	0.288	0.105	0.049	0.021	0.010	0.005	0.002	0.001
850	0.683	1.000	0.644	0.305	0.164	0.081	0.043	0.022	0.012	0.006
700	0.288	0.644	1.000	0.707	0.463	0.272	0.165	0.093	0.055	0.030
500	0.105	0.305	0.707	1.000	0.842	0.595	0.411	0.261	0.171	0.102
400	0.049	0.164	0.463	0.842	1.000	0.843	0.645	0.450	0.315	0.201
300	0.021	0.081	0.272	0.595	0.843	1.000	0.887	0.690	0.523	0.361
250	0.010	0.043	0.165	0.411	0.645	0.887	1.000	0.883	0.721	0.535
200	0.005	0.022	0.093	0.261	0.450	0.690	0.883	1.000	0.912	0.739
150	0.002	0.012	0.055	0.171	0.315	0.523	0.721	0.912	1.000	0.897
100	0.001	0.006	0.030	0.102	0.201	0.361	0.535	0.739	0.897	1.000

表 4 探空测风误差垂直相关

	1000	850	700	500	400	300	250	200	150	100
1000	1.000	0.003	0	0	0	0	0	0	0	0
850	0.003	1.000	0.162	0.007	0	0	0	0	0	0
700	0	0.162	1.000	0.234	0.031	0.002	0	0	0	0
500	0	0.007	0.234	1.000	0.418	0.058	0.005	0	0	0
400	0	0	0.031	0.418	1.000	0.364	0.057	0	0	0
300	0	0	0.002	0.058	0.364	1.000	0.413	0.009	0	0
250	0	0	0	0.005	0.057	0.413	1.000	0.098	0.003	0
200	0	0	0	0	0	0.009	0.098	1.000	0.224	0
150	0	0	0	0	0	0	0.003	0.224	1.000	0.022
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0.022	1.000

1. 与初估场比较

被分析输入的资料转化为与初估值 A^P (预报值) 的偏差, 并为初估值的误差估计 E^P 所归一化:

$$\delta^o = (A^o - A^P) / E^P \quad (10)$$

观测误差估值 E^o 也作类似的归一化

$$\varepsilon^o = E^o / E^P \quad (11)$$

根据(12)式, 给资料做上标志

$$\delta^o{}^2 > (1 + \varepsilon^o{}^2) \times \text{ERRLIM}, \quad (12)$$

标志 = j

对两个风分量一并进行检验和标志。

$$\left(\frac{\delta_u^{o2} + \delta_v^{o2}}{2}\right) > \left(1 + \frac{\varepsilon_u^{o2} + \varepsilon_v^{o2}}{2}\right) \times \text{ERRLIM}_j \quad (13)$$

根据经验,对于高度变量, $\text{ERRLIM}_1 = 16$, $\text{ERRLIM}_2 = 36$, $\text{ERRLIM}_3 = 64$; 对于风分量, $\text{ERRLIM}_1 = 8$, $\text{ERRLIM}_2 = 18$, $\text{ERRLIM}_3 = 32$ 。这样任何一个观测资料与初估场比较后,可以获得一个质量评分,有0级、1级、2级、3级。0级的资料质量最高。

2. 与邻近观测资料的比较

在人工分析资料时,分析员除了应用一些基本原理来判断资料的真伪外,常常与邻近资料比较,自动检验资料也采用这种方法。在资料密集地区,通过与邻近资料比较,可以将资料压缩成复合观测资料,或者去掉多余的信息。

$$(\delta_i^o - \delta_j^o)^2 < 2.0(\varepsilon_i^{o2} + \varepsilon_j^{o2}) \quad (14)$$

如果满足公式(14),则资料通过一致性检验,说明有潜在的多余资料。

此时分三种情况来处理:

(1) 如果其中有非零标志的资料,同时满足(15)式,则资料的质量标志降级,如果原来是1级,则降为0级,依次类推。

$$(\varepsilon_i^{o2} + \varepsilon_j^{o2}) < 1 \quad (15)$$

(2) 当资料满足(14)、(15)式,同时又满足(16)式,再根据两资料间的距离处理,如果两者距离在100—190 Km之间,资料标为3级,而被舍去。

$$\delta_i^o < 1.5^2(1 + \varepsilon_j^{o2}) \quad (16)$$

(3) 如果两观测站间的距离在100 km左右,对资料形成复合观测资料。在资料密集地区,若把资料全部使用,则计算量太大,不仅在计算中费时,同时也会遇到计算上的麻烦;若只用一部分资料,丢掉信息又太可惜。因此,我们采用构造复合资料的方法,把几个资料的信息,合理浓缩成一个资料。比如说已知A, B两站的站地和资料,用一种方法把它们的信息综合到一个新的复合站上,即计算出新站址和资料取值。第一个问题是复合站的站址如何确定。两个资料复合时,以重要的那个站的站址为新的站址,若两个站的资料属于同等重要的资料,则复合资料的站址按公式(17)计算, F_s 表示复合站的站址(经度、纬度、时间)。 E_a^o, E_b^o 表示a, b两站的观测误差。

$$F_s = \left[\frac{F_a}{(E_a^o)^2} + \frac{F_b}{(E_b^o)^2} \right] \left[\frac{1}{(E_a^o)^2} + \frac{1}{(E_b^o)^2} \right]^{-1} \quad (17)$$

第二个问题是复合资料的取值如何定。使用最优插值公式与条件极值原理,可以得到简单的近似公式

$$A_s = \left[\frac{A_a}{(\varepsilon_a^o)^2} + \frac{A_b}{(\varepsilon_b^o)^2} \right] \left[\frac{1}{(\varepsilon_a^o)^2} + \frac{1}{(\varepsilon_b^o)^2} \right]^{-1} \quad (18)$$

一般由两个资料构造出复合资料后,就丢掉原来两个站,以复合资料代替。复合资料又可同其它资料进行复合,再产生新的复合资料。

3. 与分析值比较

这种资料检验方法是最优插值理论的一种具体应用,目的是利用盒子里其它资料插

值到某测站上,然后把它与该站观测值比较,根据公式(19)给资料定标志,最后分析所用的资料是标志为 0 或 1 的资料,大于等于 2 的资料舍去。

$$(\delta_k^o - \delta_k^I)^2 > \text{ALIMRJ}_N (\varepsilon_k^{I0^2} + 0.1) \quad (19)$$

$$\text{ALIMRJ}_N = 9, 16, 25 \quad N = 1, 2, 3$$

$$\delta_k^o = \frac{A_k^o - A_k^p}{E_k^p}$$

A_k^o 被检验的资料, A_k^p 是预报值

$$\delta_k^I = \frac{A_k^I - A_k^p}{E_k^p}$$

A_k^I 是插值到测站的值, ε_k^{I0} 是插值的理论方差,由于没有考虑方法本身产生的误差或所取统计结果中的误差,所以让 $\varepsilon_k^{I0^2}$ 增大 0.1。公式的详细推导可参阅文献[1], 在这里只给出解题步骤。

(1) 解线性方程组, 求拉格朗日乘子 λ_i

$$\underline{\lambda} = -(\underline{E}^T \underline{M} \underline{E})^{-1} \underline{E}^T \underline{W}_K$$

(2) 求修正后的权重 \hat{W}_K

$$\begin{aligned} \hat{W}_K &= \underline{W}_K + \sum_{i=1}^n \lambda_i \underline{M}^{-1} D_1(i) \\ &= \underline{d}_K - \underline{M}^{-1} \underline{E} (\underline{E}^T \underline{M}^{-1} \underline{E}) \underline{E}^T \underline{d}_K \end{aligned}$$

$\underline{\quad}$ 表示矩阵, $\underline{\quad}$ 表示矢量

(3) 求出测站的插值

$$A_k^I = A_k^p + E_k^p \delta_k^I$$

(4) 计算每个有待检验的资料和分析值之间的差值

$$(\delta_k^o - \delta_k^I) = \frac{(A_k^I - A_k^o)^2}{(E_k^p)^2}$$

(5) 求出方差的理论估计

$$(\varepsilon_k^{I0})^2 = (\varepsilon_k^o)^2 + 1 - \hat{W}_K \underline{M}_K$$

(6) 判断并评级

$$\text{ALIMRJ}_{1,2,3} \text{ 的值分别是 } 9, 16, 25$$

$$(\delta_k^o - \delta_k^I)^2 > \text{ALIMRJ}_2 [(\varepsilon_k^{I0})^2 + 0.1]$$

这种检错方法,同样可以应用到对缺测资料的处理问题。即只须令缺测资料的权重为 0。

四、格点分析

最优插值的最终目的是进行格点分析,分析得出插值增量与插值误差。有两种方法进行格点分析,一种方法是解线性方程组进行网格点分析,采用高斯三角消元法进行求解。本文采用另一种方法,重复使用逆矩阵进行格点分析。用于资料检验方程中的逆矩阵 \underline{M}^{-1} 的计算是很费时间的,因此在进行网格点分析时最好是重复利用它,而不是计算一个稍微不同的逆矩阵,故不再求相关阵的逆,而是解一组线性方程。经过第三次资料检

验后，如果有些资料标志 ≥ 2 ，则必须被淘汰。但是，仍然想利用已经求出的 \underline{M}^{-1} ，这样就必须对最一般的公式进行修改，这就要提出一些约束条件，使错误资料权重为 0。

$$\text{基本插值公式为 } \frac{A_k^I - A_k^0}{E_k^0} = \sum_{n=1}^N W_{kn} \frac{A_n^0 - A_n^P}{E_n^P}$$

上标 $I, P, 0$ 分别代表插值，预报值和观测值。 W_{kn} 为权重系数。

在 $D_{1(i)}^T \hat{W}_k = 0$ 的约束下，使得

$$(\varepsilon_k^I)^2 = 1 - 2 \hat{W}_k^T P_k + \hat{W}_k^T \underline{M} \hat{W}_k \text{ 达极小}$$

由此可求得：

$$(\varepsilon_k^I)^2 = 1 - \hat{W}_k^T P_k \quad (20)$$

$$\hat{W}_k = \underline{W}_k - \underline{M}^{-1} \underline{E} (\underline{E}^T \underline{M}^{-1} \underline{E})^{-1} \underline{E}^T \underline{W}_k \quad (21)$$

将(21)式代入 $\frac{A_k^I - A_k^P}{E_k^P} = \underline{B}^T \cdot \hat{W}_k$ 得

$$\frac{A_k^I - A_k^P}{E_k^P} = \underline{C}^T \cdot \underline{P}_k \quad (22)$$

$$\underline{C}^T = [\underline{B}^T \cdot \underline{M}^{-1} - \underline{B}^T \underline{M}^{-1} \underline{E} (\underline{E}^T \underline{M}^{-1} \underline{E})^{-1} \underline{E}^T \underline{M}^{-1}] \quad (23)$$

\underline{C}^T 矢量与网格点无关，计算盒子里的其它网格点时，只要变动 \underline{P}_k ，不需要重复计算 \underline{M}^{-1} ，这是计算方法上的重大突破。括号是计算顺序。

\underline{E} 矩阵目有只少数几列(比如说 5 列)，大约 150 行，乘 \underline{E} 的运算不意味着矩阵运算，也不以矩阵存放，只是存放 $D_{1(i)}$ ，乘 \underline{E} 等价于乘 $D_{1(i)}$ 。分析误差为：

$$\begin{aligned} (\hat{\varepsilon}_k^I)^2 &= 1 - \hat{W}_k^T P_k \\ &= 1 - \underline{P}_k^T (\underline{W}_k - \underline{M}^{-1} \underline{E} (\underline{E}^T \underline{M}^{-1} \underline{E})^{-1} (\underline{E}^T \underline{W}_k)) \\ &= 1 - \underline{P}_k (\underline{M}^{-1} \underline{P}_k) - (\underline{P}_k^T \underline{M}^{-1}) \underline{E} (\underline{E}^T \underline{M}^{-1} \underline{E})^{-1} (\underline{E}^T (\underline{M}^{-1}) \underline{P}_k) \end{aligned} \quad (24)$$

五、对 \underline{M} 矩阵的讨论

能否处理好矩阵 M ，是最优插值的关键。由于预报误差和观测误差给得不合适，或者由于选站的原因，都将造成 M 矩阵为负定矩阵，或者使得 M 矩阵为病态矩阵，以致计算失败。所以有必要对 \underline{M} 进行深入的研究。

M 矩阵是实对称矩阵，如果 \underline{M} 是正定的，则它的所有特征值都大于零，反之亦然，如果所有特征值都大于零，则矩阵正定。我们求出 \underline{M} 的所有特征值，就可进行 \underline{M} 的正定检验。当矩阵检定为负定时，或者特征值从大到小变化很大，在求矩阵 M 的逆时，也会遇到困难，所以有必要修正特征值，重新构造 M 矩阵。

根据实对称矩阵的谱分解定理，实对称矩阵可以以特征值为谱点进行展开。

$$\underline{M} = \lambda_1 q_1 q_1^T + \lambda_2 q_2 q_2^T + \cdots + \lambda_n q_n q_n^T \quad (25)$$

其中 λ_i 为特征值， q_i 是它对应的特征向量。我们希望重新构造的矩阵对原矩阵修正不大，而它的性质变得更良好，即不再出现负定，在求逆时不再出现病态。

根据线性代数的盖尔园定理，就是在主对角线上加上一个正数，具体做法就是适当增

大观测误差,加强矩阵的对角优势,用(26)式简单表示之。

$$\underline{\underline{M}} + \lambda \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{M'}} \quad (26)$$

如果观测误差增加很多,就会失去气象学意义,所以这种方法只是一种权宜之计。

另一种方法是,把所有特征值从大到小排列,如果特征值小于第1特征值的百分之一,那么需要对特征值修正,重新构造矩阵。

我们采用乔累斯基方法求正定实对称矩阵的逆,求出逆矩阵后,核定 M 矩阵是否病态。

$$\text{Max}_{\substack{i=1, N \\ j=1, N}} \left| \frac{1}{b_{ij}} \right| < \frac{2n^4 P}{r} \quad (27)$$

r 是解要求的相对精度, b_{ij} 是 $\underline{\underline{M}}$ 逆的元素, $P=2^{-24}$ 机器精度, n 是矩阵 M 的阶数。如果(27)式成立,则矩阵 M 为病态矩阵。

六、试验结果

我们将东亚($18^\circ-60^\circ\text{N}$, $75^\circ-140^\circ\text{E}$)区域分成66个盒子,每个盒子约为 660×660 km,垂直方向上取二层(500 hPa, 300 hPa),分析三个变量(高度 ϕ , 风分量 u 、 v),选用的背景场为气候平均场,用欧洲中心 $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ 经纬度资料,将1980—1983年共四年资料,求得6月份四年平均值,以此为初估值,以气候值出发即所谓冷出发,从预报场出发叫热出发。由图3可知,除青藏高原附近有反气旋环流外,500 hPa, 300 hPa流场上是平直西风气流,在高度场上,两者的等高线非常平直。

我们随机选了一天观测资料进行试验,选用1987年6月22日00时(GMT)的探空报进行分析。在以上所选区域内,共有180个测站资料可利用。由分析图(图4)可见,基本形势是正确的,如日本附近的低槽,以及我国东北地区的高压脊与人工分析基本一致。另外,对副热带高压,插值也是十分成功。插值误差分析表明,在观测场与初估场差别较大地区,如日本、新疆附近,插值误差较大。也许热出发比冷出发分析结果更理想。

但是有些地区计算结果还不够理想,如哈密附近出现低压,另外在日本南部有浅脊,出现个别盒子的计算结果明显偏高或偏低的现象。这可能有两方面的原因,一是与盒子选站有关,二是与给的观测误差和预报误差有关。尚待进一步研究。

三维多元最优插值方法有很多独到之处,只有考虑资料的三维使用,才能最优地使用地面资料、卫星资料,根据动力关系,三维多元最优插值使得资料互相补充;分盒子进行分析解决了计算机的内存问题。最优插值建立一套自动资料质量控制程序,尤其资料检验之三,即观测资料与分析值的比较,另一个显著的特点,对 M 矩阵只计算一次逆,即可灵活应用于资料检验,格点分析以及处理资料缺测,巧妙地解决了分析中的一些棘手问题,另外,进行格点分析时,格点插值增量与误差分析一次算成。

四维资料同化系统是一个庞大的系统,本文的工作仅是一个开端,还有很多工作要做,目前只分析了三个变量 ϕ , u , v ,还应加进厚度场的分析,才能完善质量和风场的分

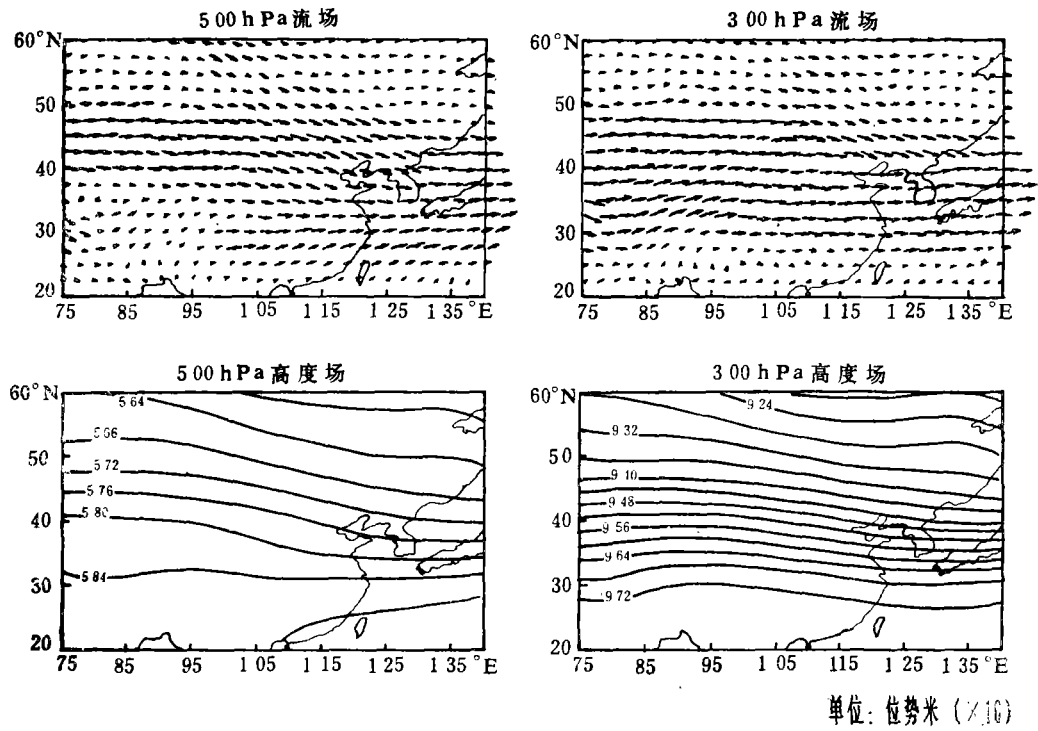


图 3 500 hPa, 300 hPa 背景场(单位: dagpm)

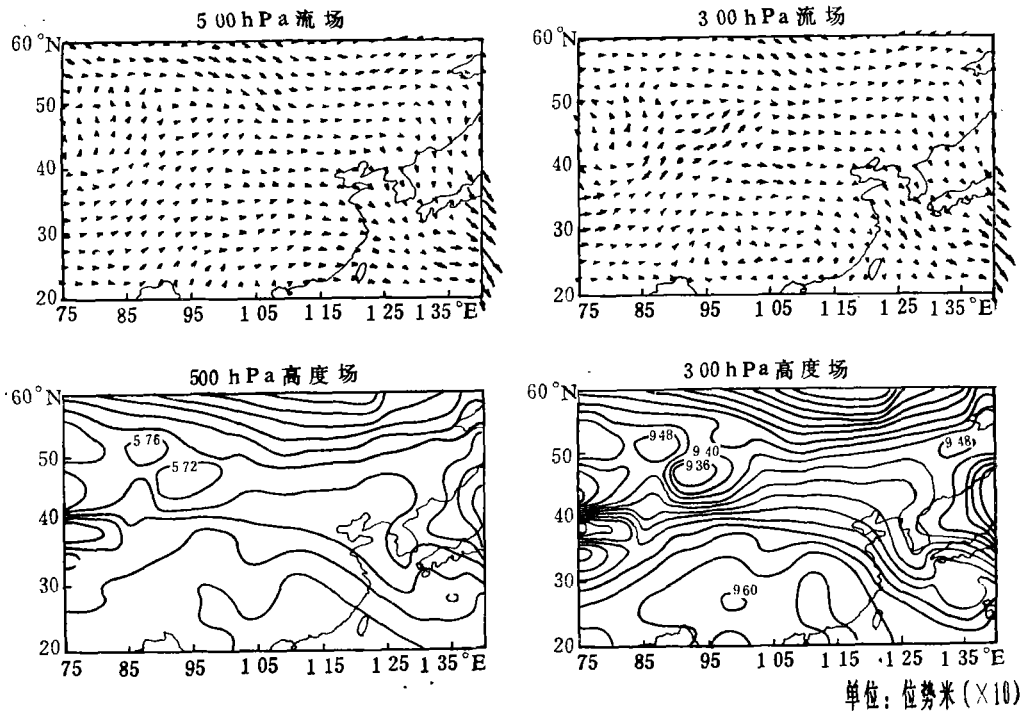


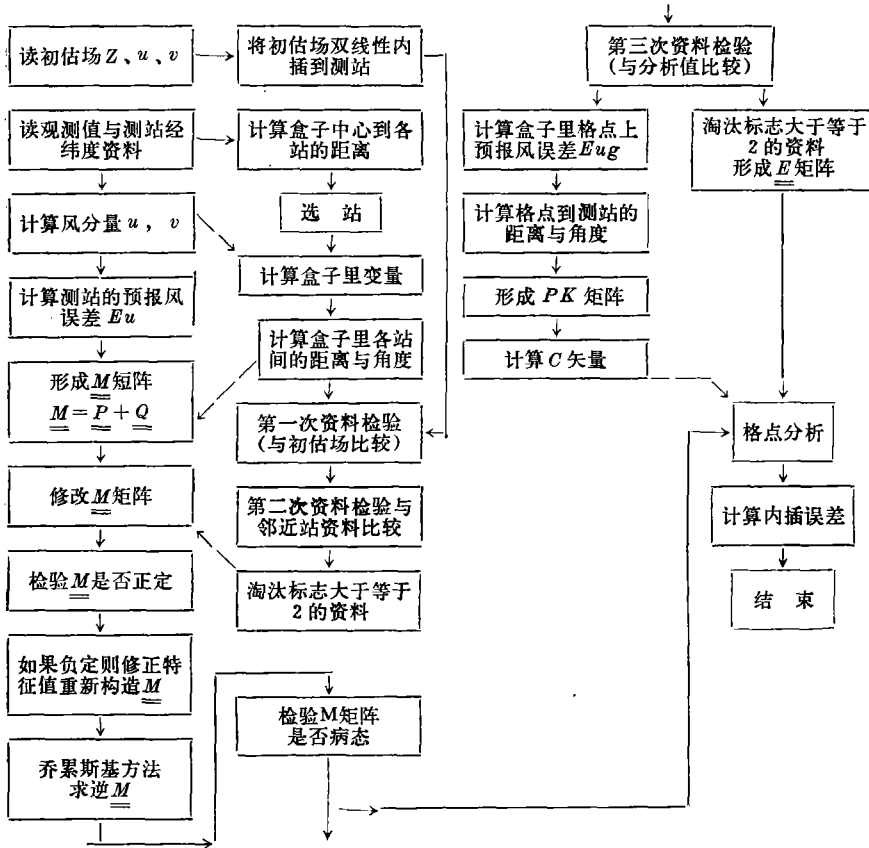
图 4 最优插值得到的流场与位势高度场(单位: dagpm)

析,湿度场是单变量二维进行分析,还有地面场的分析。另外,目前的试验只用探空观测一种类型的资料,应考虑增加其它类型的资料,如卫星测厚,飞机资料等。这样有利改善常规观测稀少地区的分析质量,如海上。

处理好 M 矩阵是最优插值成败的关键,关于 M 矩阵性质还需进一步研究,找出使 M 矩阵变成负定的原因,以及解决的办法,比如说如何修正特征值,重新构造矩阵,使得对原矩阵歪曲不大,而矩阵的性质变得更好,这值得进一步探讨。

致谢: 罗乔林同志对本文工作给予很大帮助,深表感谢。

附录 1 计算流程图



参 考 文 献

[1] 北京气象中心数预报室编译, 全球气象资料四维同化译文集, 1985 年 10 月。

A TEST OF 3-DIMENSIONAL MULTIVARIATE OPTIMUM INTERPOLATION IN REGIONAL ANALYSIS

Sheng Hua Ji Liren

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica, Beijing)

Abstract

A test of 3-dimensional multivariate optimum interpolation has been performed in a regional analysis. The domain covering (20°N - 60°N , 75°E - 140°E) over eastern Asia is chosen for the test which is divided into 66 boxes of $660 \times 660 \text{ km}^2$. Three variates, geopotential height (ϕ), zonal and meridional components of wind (u and v) are analysed for the 500 hPa and 300 hPa levels. Based on the formula of error covariances in spherical coordinates the programme of automatic data quality control and analysis have been set up and the analysis increments and interpolation error evaluated. Some mathematical problems involved in OI are discussed concentrating on the characteristics of the error covariance matrix M . Two methods to modify the M matrix are suggested when its positive definite property violated to ensure the success of OI analysis.