

## 三维弹性大气模式和实测强 风暴的模拟\*

王 谦 胡志晋

(国家气象局气象科学研究所人工影响天气研究所)

### 提 要

建立了三维中 $\gamma$ 尺度(云尺度)弹性大气模式,并用它对美国CCOPE计划中观测到的一个强风暴实例作了模拟。模拟风暴的主要参数及结构图象与实测结果比较接近。

### 一、引 言

对于中 $\gamma$ 尺度<sup>[1]</sup>( $10^0$ — $10^1$ km)大气现象的数值模拟研究,自 70 年代中期以后已进入了三维空间的阶段<sup>[2]</sup>。三维模式可以比较完整地演示各种发生在这一尺度中的大气现象,对于了解和研究从孤立积云直至强烈风暴的许多自然过程的形成和发展有着重要意义。

与中 $\gamma$ 尺度有关的各种主要天气现象,几乎都对应于深厚对流的环境。由于此时不可压缩和静力平衡大气的假设在大多数情况下都已不能适用,因此中 $\gamma$ 尺度模式与大尺度及中 $\alpha$ 尺度模式之间存在着一定的差异。从已发表的中 $\gamma$ 尺度模式介绍来看,基本上都属于非静力平衡类型且一般都包括了最基本的云物理过程。从对连续性方程的处理上,可将其分为:

1. 滞弹性假设<sup>[3]</sup>型:大部份模式属于这一类<sup>[4-7]</sup>;
2. 弹性模式:主要有美国NCAR/伊利诺大学模式<sup>[8]</sup>和科罗拉多州立大学模式<sup>[9]</sup>。

滞弹性模式已将声波滤掉,因而可适当加大时间步长。但非时变的连续性方程属纯边值问题(一般为以气压作变量的泊松方程)进而影响到整个方程组的属性,因而给精确与方便地求解带来了问题,并使得每一时间步上的工作量大大增加。

弹性模式采用的是原始形式的连续性方程,从理论上讲所做假设最少且求解方便。但由于解中含有声波,故需比较短的时间步长和较高的计算技巧来保证稳定。

在我国,三维中 $\gamma$ 尺度模式和弹性大气模式还是研究上的空白。云物理学和中尺度大气物理学研究的发展,提出了建立这种模式的迫切要求。为此我们建立了附有二维版本的三维数值模式。为使其减少假设和求解合理与简便而采用了弹性模式的方案。从研究中发现,弹性大气模式的二维试验可以方便地推广到三维版本中而不需作基本算法等方面的修改,这为我们在缺少大型计算机的情况下作大量研究开辟了捷径。另外根据二

\* 本文于 1988 年 2 月 10 日收到, 1988 年 10 月 25 日收到最后修改稿。本课题属于<国家自然科学基金会>资助项目。

维试验的结果发现,弹性模式较二维滞弹性模式节省计算时间(特别是在模拟强烈对流问题时),这一优点在三维模式中会更为突出。目前我们的模式已能用实测的大气温湿层结和风的分布模拟强烈风暴的发展过程。本文介绍模式的基本结构及用三维模式对强风暴实例进行的模拟。

## 二、模式

### 1. 基本方程组

在非静力平衡、可压缩大气条件下,略去科氏力的作用;以 $\theta_{ii}^{[10]}$ 作为热力学保守量,并将大气中的液态水分为云滴(比含水量 $q_i$ )和雨滴(比含水量 $q_r$ )两种,其中云滴随空气运动而雨滴可因重力作用而下落;将任一变量 $f$ 分为网格尺度变化 $\bar{f}$ 和次网格尺度贡献 $f''^{[11]}$ ,同时引入一水平均匀、静力平衡且在模拟时间内保持定常的大气基态( $p_0, \theta_0, \rho_0$ ),设

$$\begin{cases} \bar{p} = p_0 + p' \\ \bar{\theta} = \theta_0 + \theta' \\ \bar{\rho} = \rho_0 + \rho' \end{cases} \quad (1)$$

则可写出二次守恒型的模式求解基本方程组(为简便计,略去 $\bar{f}$ 的“—”而记为 $f$ )为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_i}{\partial X_i} - u_i \frac{\partial u_i}{\partial X_i} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial X_i} - (1 + q_i + q_r - \frac{\rho_i}{\rho}) g \delta_{is} + E_{u_i} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta_{ii}}{\partial t} + \frac{\partial \theta_{ii} u_i}{\partial X_i} - \theta_{ii} \frac{\partial u_i}{\partial X_i} = -\frac{\theta_{ii}^2}{\theta} \left[ \frac{L_{iv} p_r}{C_p \text{MAX}(T, 253)} \right] + E_{\theta} \quad (3)$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + \frac{\partial q_v u_i}{\partial X_i} - q_v \frac{\partial u_i}{\partial X_i} = -C_d + E_v + E_{v_i} \quad (4)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} + \frac{\partial q_i u_i}{\partial X_i} - q_i \frac{\partial u_i}{\partial X_i} = C_d - C_o - A_u + E_{i_i} \quad (5)$$

$$\frac{\partial q_r}{\partial t} + \frac{\partial q_r u_i}{\partial X_i} - q_r \frac{\partial u_i}{\partial X_i} = p_r + C_o + A_u - E_o + E_{r_i} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial X_i} = E_{\rho} \quad (7)$$

$$p' = \frac{C_p}{C_v} p_0 \left[ \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{\theta}{\theta_0} + 0.61(q_v - q_{v0}) - 2 \right] \quad (8)$$

$$i, j = 1, 2, 3$$

其中 $p_r$ 为降水的净落出速率;  $C_d, E_v, C_o$ 和 $A_u$ 分别为云滴的凝结速率、雨滴的蒸发速率、雨滴碰并云滴增长的速率和云滴向雨滴的自动转化速率;  $L_{iv}$ 为水的凝结潜热系数;  $E_{u_i}, E_{\theta}, E_{v_i}, E_{i_i}, E_{r_i}$ 和 $E_{\rho}$ 等为次网格尺度的贡献项; 在无冰相的情况下,

$$\theta_{ii} = \theta \left[ 1 - \frac{L_{iv}(q_i + q_r)}{C_p \text{MAX}(T, 253)} \right] \quad (9)$$

其它均为气象常用符号。

### 2. 次网格尺度贡献项

考虑到计算量问题而对次网格尺度贡献项采用了一阶闭合<sup>[12]</sup>方法:

$$E_{u_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} K_M D_{ii} \quad (10)$$

$$E_i = \frac{\partial}{\partial X_i} K_H \frac{\partial f}{\partial X_i} \quad (11)$$

其中取  $K_H = 3K_m$ ;  $f$  为  $u_i$  以外的变量;  $i, j = 1, 2, 3$ ; 并有:

$$D_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial X_k} \quad (\text{当 } i=j \text{ 时, } K=i=j) \quad (12)$$

$$K_m = \frac{(CD)^2}{\sqrt{2}} D_{e,j} \cdot f(R_i) \quad (13)$$

$$D_{e,j}^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 D_{i,j}^2 \quad (14)$$

$$f(R_i) = \begin{cases} (1-R_i)^{1/2} & R_i < 1 \\ 0 & R_i \geq 1 \end{cases} \quad (15)$$

$R_i$  为理查孙数, 计算同文献[13]。  $C = 0.15$ ,  $\Delta = (\Delta X \cdot \Delta Y \cdot \Delta Z)^{1/3}$ ,  $\Delta X, \Delta Y$  和  $\Delta Z$  分别为  $X, Y$  和  $Z$  方向上的空间格距。

### 3. 云物理过程处理

由于计算机能力的限制对各云物理过程的处理采用参数化方案<sup>[14]</sup>。对云水取  $n_0 = 10^8 (\text{m}^{-4})$ , 对雨水取  $n_0 = 8 \times 10^6 (\text{m}^{-4})$ 。

对云雨自动转化采用 Kessler<sup>[15]</sup> 方法:

$$A_w = K_1(q_i - a) \quad (16)$$

其中  $K_1 = 10^{-3} (\text{s}^{-1})$ ,  $a = 10^{-3} (\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1})$ 。

对雨滴碰并云滴的速率, 取碰并效率 0.8, 如文献[14]的方法可得:

$$C_o = 2.6 q_i q_r^{0.95} \left( \frac{p_o}{p} \right)^{0.230} \quad (17)$$

根据参数化方案, 可得云水的凝结(蒸发)率为:

$$C_d = 1.28706 \times 10^5 (q_v - q_s) / F \quad (18)$$

雨水的蒸发率为:

$$E_o = 317(1 + 13.4 q_r^{0.225}) q_r^{0.5} (q_v - q_s) / F \quad (19)$$

其中  $q_s$  为水面饱和比湿,

$$F = \frac{1}{K_D \rho} + \frac{L_{i,v} q_s}{K_T T} \left( \frac{0.622 L_{i,v}}{RT} - 1 \right) \quad (20)$$

其中  $K_D$  为空气中水汽的扩散系数<sup>[13]</sup>,  $K_T$  为空气热扩散系数, 取为  $2.4 \times 10^{-2} (\text{J} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$ 。

为保证计算的稳定性和必要的精度, 我们采用了如下算法, 即设总液态水变化量

$$\Delta q = \frac{q_v^* - q_s^*}{1 + \frac{0.622 L_{i,v} q_s^*}{C_p R T^{*2}}} \quad (21)$$

其中“\*”量为不含  $C_d$  和  $E_o$  的基本方程组计算的值, 有:

$$\Delta q_i = C_d \Delta t = C_d \Delta q / W_T \quad (22)$$

$$\Delta q_v = E_v \Delta t = E_v \Delta q / W_T \quad (23)$$

$$W_T = E_v + C_d \quad (24)$$

$\Delta t$  为积分的时间步长。这样就可得:

$$\begin{cases} q_i = q_i^* + \Delta q_i \\ q_r = q_r^* + \Delta q_r \\ q_v = q_v^* - \Delta q_r - \Delta q_i \end{cases} \quad (25)$$

对雨水,其净落出率为:

$$p_r = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho v_r q_r}{\partial z} \quad (26)$$

可得雨水的群降落末速为:

$$V_r = 20.67 q_r^{0.2} \left( \frac{p_0}{p} \right)^{0.283} \quad (27)$$

综合(2)–(27)即构成了封闭的模式求解方程组。

### 三、计算方法

用有限差分方法求解方程组。变量分布采用“交错网格”方法,各风速分量分别定义在各自的法向方向上与中心点差半个格距的点上。基本的差分格式为“蛙跃格式”。

对动量方程和连续方程中含声波的项采用了“时间分裂”方法<sup>[8,9]</sup>,即将其置于短时间步长中积分,在短步长中采用的差分方法实际上是所谓向前向后格式,其中连续方程的差分形式为:

$$\frac{p^{r+\Delta\tau} - \rho^r}{\Delta\tau} + (\rho \delta_i u_i)^{r+\Delta\tau} = -u_i^{r+\Delta\tau} \delta_{z_i} \rho^r + E_p^{r-\Delta\tau} \quad (28)$$

其中 $\tau$ 为短时间步长, $t$ 为长时间步长,而

$$\delta_i f = \left[ f\left(x_i + \frac{\Delta x_i}{2}\right) - f\left(x_i - \frac{\Delta x_i}{2}\right) \right] / \Delta x_i \quad (29)$$

一般我们取 $\Delta t = 10 \Delta\tau$ 。图1给出了对应于风暴发展中心的空间一点上120 s内的 $\rho$ 变化情况。可以看出这种方法能够比较好地模拟短波。

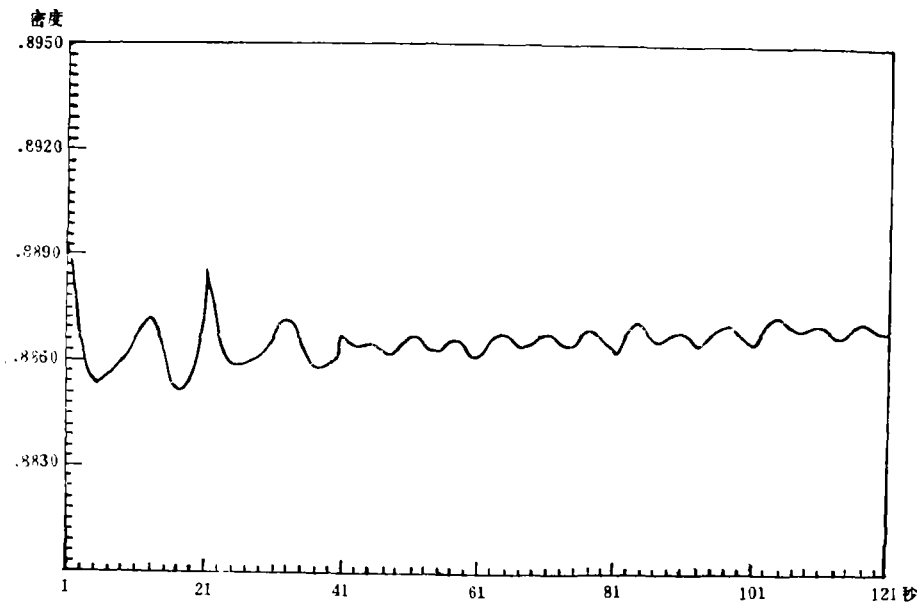


图1 局地空气密度随时间的变化(NX=9, NY=10, NZ=4)

为消除蛙跃格式可能带来的计算解相离散而使用了常用的Asselin<sup>[17]</sup>时间平滑。除此之外,为保证计算结果的“原始性”,我们在模式中没有采用空间平滑。

由于雨水的扩散和沉降特点,使其常可因中央差分或计算中的截断误差而出现负的计算值。对此我们采用了类似文献[9]中所用的通量的物理订正法来解决。

对于侧边界条件,我们在Miller和Thorpe<sup>[16]</sup>方案(辐射型边条件)的基础上作了进一步的改进,以使之能够适合弹性方程组。在顶边界上对风速采用了“海绵”边条件以吸收反射波。初步的对比试验表明,我们的边条件可使模式得到令人满意的结果。

#### 四、强风暴实例的三维数值模拟

我们选用了美国CCOPE计划1981年7月19日个例<sup>[18]</sup>作三维模拟以检验模式的可靠性。将观测数据不加修改而内插到格点上从而形成初始场(设为水平均匀)。初值及观测值见图2。

为节省计算时间而使对流更快启动,在初始时刻给出了一个水平半径约为3 km、垂直半径约为1.4 km的热泡扰动,其中心位于距地2.1 KM高处,最大温度扰动取为1.5K。同时,在热泡中也给出了一定的湿度扰动,约比原相对湿度增加6%—10%且未达到饱和。

在该个例中,取空间格距为: $\Delta x=1.2$  km;  $\Delta y=2.0$  km;  $\Delta Z=0.7$  km。时间步长 $\Delta t=10$  s,  $\Delta \tau=1$  s。计算域为 $NX \cdot NY \cdot NZ=34 \times 20 \times 30$ 格点。在IBM4361机上每模拟1小时风暴发展约需34小时CPU时间,在DPS-7机上约需22小时。

模拟得出的主要参数与观测资料及国外已有的二维模拟结果<sup>[19]</sup>列在表1中。模拟的雨水等值线与实测的雷达RHI回波的比较见图3。可以看出模拟风暴的主要参数及结构图象与实测结果是比较接近的。

分析模拟结果发现,模拟的云体主要是沿风切变矢量的方向(即X轴方向)发展的。由于风廓线的缘故,云内上升气流呈斜升状。当云发展突破低层温湿层结的“喇叭口”后,云顶迅速上抬,云体剧烈发展,直至云顶到达对流层顶。图4展示了上述图象。在实际模拟中,45分钟以后又出现了一个新生云泡,最大上升气流数值也有所增加,由于文献[19]中未介绍此时的情况且考虑到云体已处于边界上,不易验证它出现的可能性,因此未作分析。图5提供了云顶到达对流层顶后的X-Z平面上风场与云水分布的情况。可以看出,斜升气流是自云的中下部进入云体的并从云上部流出云体。云上部上风方一侧,由于出流和风层结的缘故而出现涡旋。在云体的下方有下沉气流。

图6是云到达对流层顶时的水平平面上风场与云体的情况。可以看出,云体向y方向的下风方也有倾斜扩展的图象。在云底附近(6a)可以看到明显的辐合区,但它对应的上升中心并不明显,这表明上升气流区是略高于该层的。在云中部附近(6b),可以看到云内上升气流区面积很大,同时在下风方有一定的出流。对应上升气流区有较明显的辐合。云中上部(6c)和云顶附近(6d)的图象表明云内有面积相近的一对上升与下沉气流区(这在二维模拟中是无法出现的),且云外下风方出流很强。这一区域下沉气流区的形成有降水拖曳和上升区边缘的辐合造成运动学下沉两种原因。

对各高度上的垂直涡度分量的水平分布所作的分析表明,强上升气流都对应于一个正和负涡度组成的对。从图7.a可以看出,最强“涡度对”所在的高度逐渐由第5层升至第

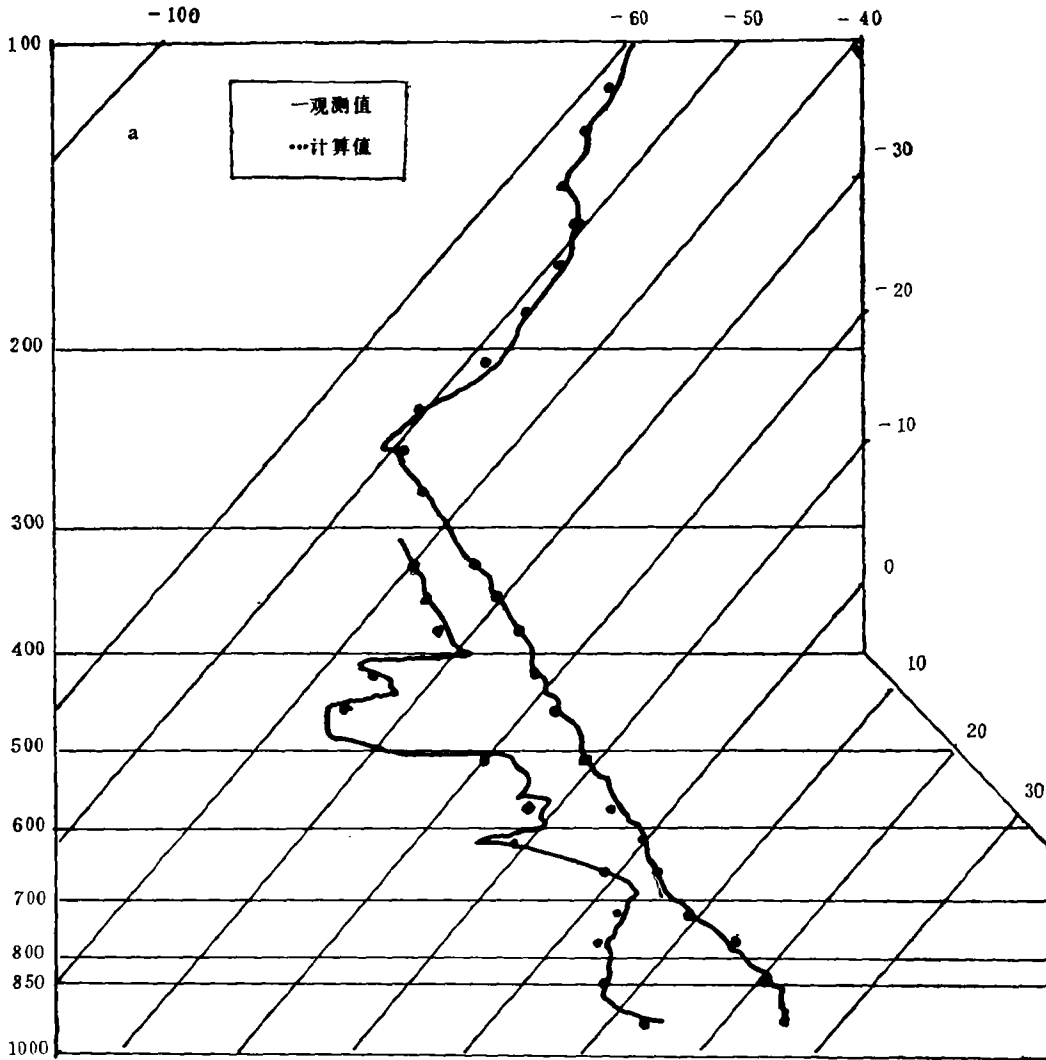


表 1 三维模拟结果与观测结果及国外二维模拟结果的一些比较

项 目	三维结果	观测结果	H87*
云底高度(km)	2.8	3.8	2.8
最大云顶高度(km)	11.2	10.5	11.6
云顶抬升速率(m/s)	~7	5-7	3-7
云体旺盛发展时间(min)	~12	10	12
云体水平尺度(中部)(km)	~7	-6	~6
最大液态水含水量(g/m³)	3.60	2.50	4.08
最大上升速度(m/s)	23.1	10~15	26

\* 观测结果及模式(H87)结果均取自[19]。

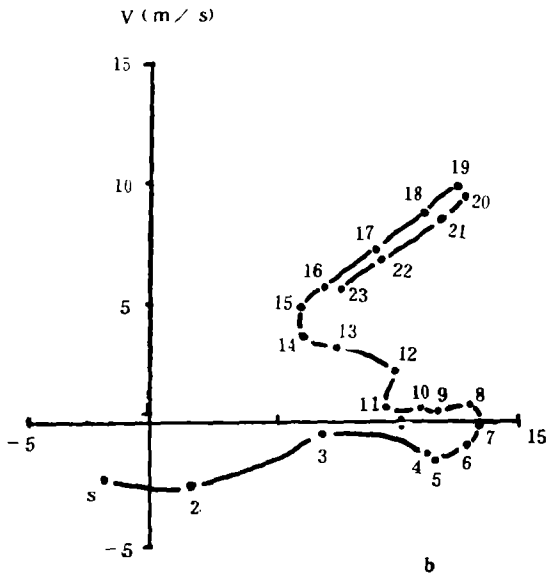


图 2 a Miles City 1981 年 7 月 19 日 14:40 探空及模式初值, b 沿风暴移行方向(300°)上投影后的风矢迹图 (图中数字为模式垂直格点的序号)

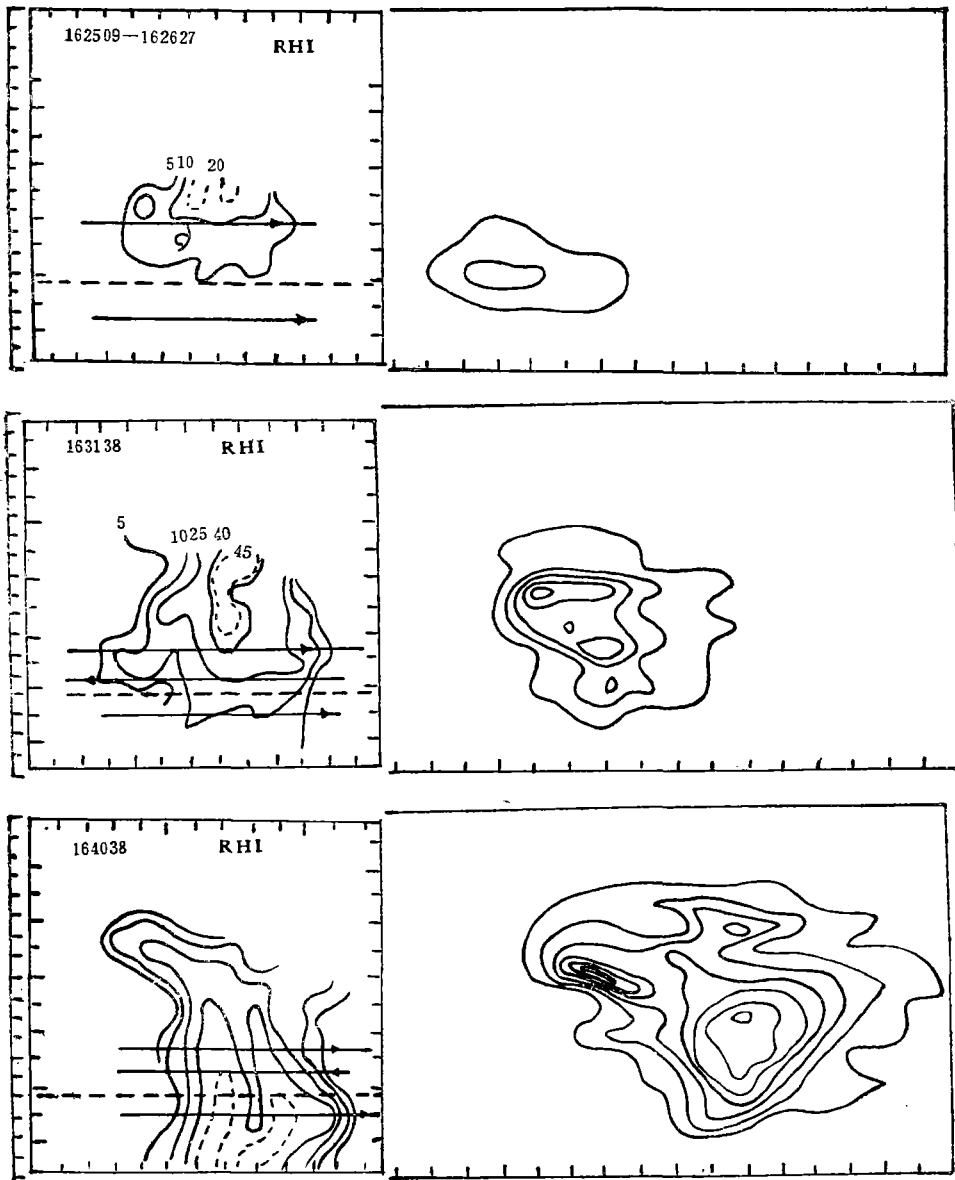


图 3 模拟的雨水等值线图(右)与观测的RHI回波图(左)的比较  
(模拟时间(a)21分,(b)27分,(c)36分;两图的空间比例一致;RHI资料取自文献[19];雨水等值线最外圈为0.01 g/kg,等值线间隔为0.5 g/kg)

12层并维持一段时间。从图7.b可以看到,辐合值一直以低层(第5,10层)较大,高层(第12,14层)基本上是辐散大于辐合。

## 五、结 语

从我们的模拟工作来看,三维模式给出了与实际观测大体接近的结果,这为我们今后的研究工作增强了信心。另一方面,由于处于初期阶段,模式尚嫌粗糙,一些重要的过程

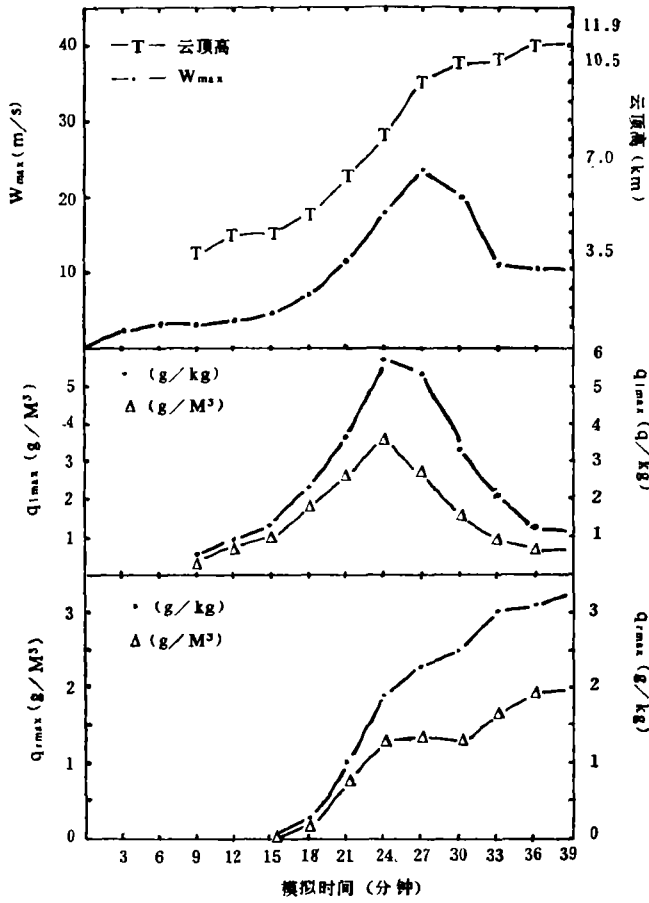


图 4 不同时刻的模拟云顶高、最大上升速度及最大云、雨水量

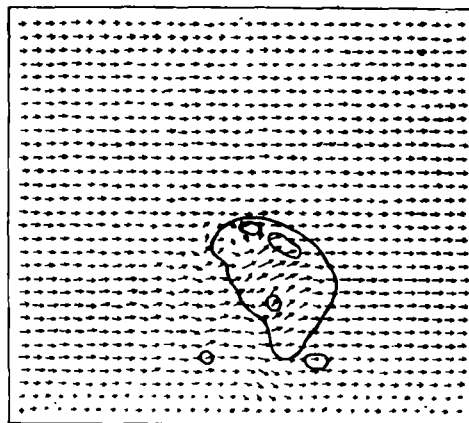


图 5 垂直(x-z)剖面上的风和云水  
(云水等值线外圈为 0.01 g/kg, 内圈为 1.0 g/kg, 模拟时间 36 min)



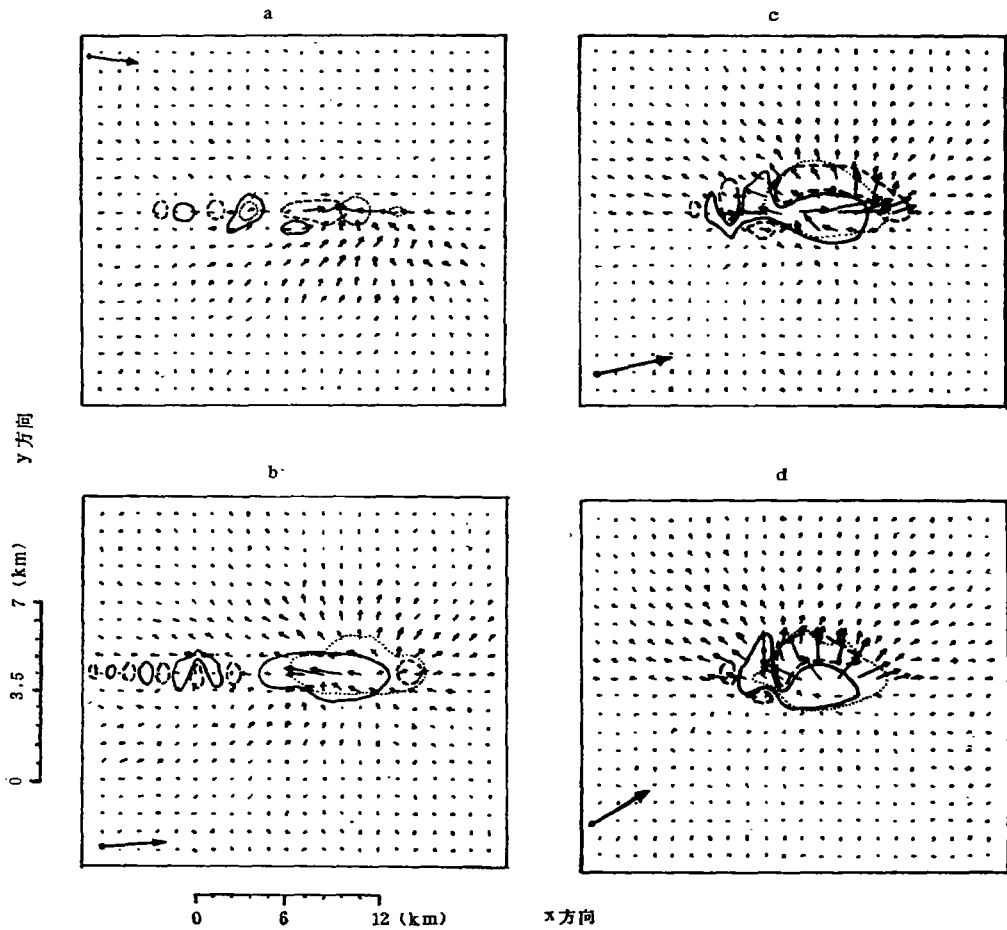


图 6 水平(x-y)平面上的水平扰动风矢(风速减去环境风速),垂直气流(实线为上升,虚线为下沉)和云区(点线)  
(图角的粗箭头表示环境风的指向; (a)2.8 km, (b)6.3 km, (c)7.7 km, (d) 9.1 km,  
单位矢量=4 m/s,模拟时间 33 min)

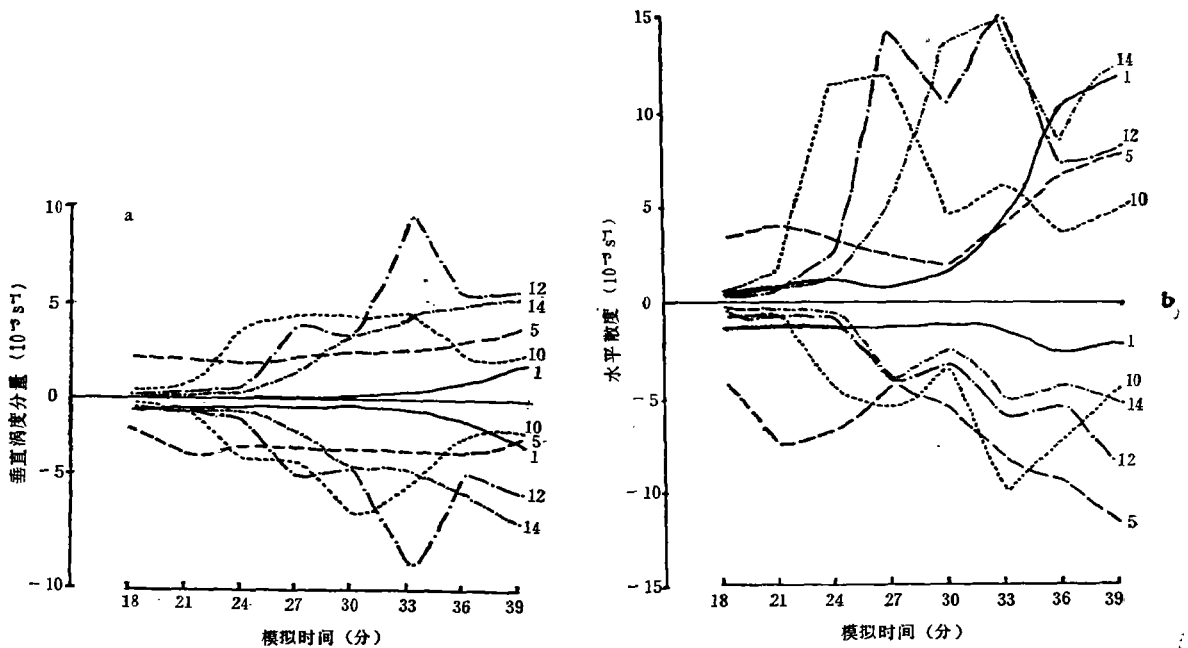


图 7 (a) 各层上的垂直涡度分量的极大、极小值随时间的演变, (b) 各层上的水平散度极大、极小值随时间的演变  
(图中各曲线上所标数字代表各高度的格点序号)

限于计算机的能力还未加入。同时,还需要更多进行与实测个例的比较以更好地检验模式。三维模拟的结果包含大量有价值的信息,细致的分析对我们认识模拟对象的动力学及运动学特性有很重要的意义。我们希望这个模式能够不断得到改进以成为一个可靠的数值试验室”,为大气物理学、大气化学等方面的研究增添一个强有力的工具。

### 参 考 文 献

- [1] Orlanski, I., A rational subdivision of scales for atmospheric process, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **56**, 527—530, 1975.
- [2] Schlessinger, R. E., Three-dimensional numerical modeling of convective storms: A review of milestones and challenges, Preprints of 12th AMS conf. on Severe Local Storms, San Antonio, Texas, 506—515, Jan. 11—15, 1982.
- [3] Ogura, Y., and J. G. Charney, A numerical modeling of thermal convection in the atmosphere, Proc. Internat'l. Symposium on NWP in Tokyo, Meteor. Soc. of Japan, 1962.
- [4] Schlessinger, R. E., A three-dimensional numerical model of an isolated deep convective cloud: Preliminary results, *J. Atmos. Sci.*, **32**, 934—957, 1975.
- [5] Clark, T. L., Numerical simulation with a three-dimensional cloud model: Lateral boundary condition experiments and multicellular severe storm simulations, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 2191—2215, 1979.
- [6] Miller, M. J., and R. P. Pearce, A three-dimensional primitive equation model of cumulonimbus convection, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **100**(424), 133, 1974.
- [7] Redelsperger, J. L., and G. Sommeria, Three-dimensional simulation of a convective storm: Sensitivity studies on subgrid parameterization and spatial resolution, *J. Atmos. Sci.*, **[43]**, [2619—2635, 1986].
- [8] Klemp, J. B., and R. B. Wilhelmson, The simulation of threedimensional convective storm dynamics, *J. Atmos. Sci.*, **35** 1070—1096, 1978.
- [9] Tripoli, G. J. and W. R. Cotton, The Colorado State University three-dimensional cloud/mesoscale model-1982, Part I: General theoretical framework and sensitivity experiments, *J. Rech. Atmos.*, **16**, 185—219, 1982.
- [10] Tripoli, G. J. and W. R. Cotton, The use of ice-liquid water potential temperature as a thermodynamic variable in deep atmospheric models, *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 1094, 1981.
- [11] Pielke, R. A., Mesoscale Meteorological Modeling, Academic Press, 1984.
- [12] Klassen, G. p. and T. L. Clark, Dynamics of the cloud environment interface and entrainment in small cumuli: Two-dimensional simulation in the absence of ambient shear, *J. Atmos. Sci.*, **42**, 2621—2642, 1985.
- [13] 王谦、胡志晋、游来光, 新疆乌鲁木齐地区冬季层积云研究——数值模拟, *气象学报*, **46**, 3, 306—318, 1988.
- [14] 胡志晋、严采素, 层状云微物理过程的数值模拟(一)微物理模式, *气象科学研究院院刊*, **1**, 1, 37—52, 1986.
- [15] Kessler, E., On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulation, *Meteor. Monogr.*, No. 32, AMS, 84, 1969.
- [16] Miller, M. J., and A. J. Thorpe, Radiation condition for the lateral boundary of limited-area numerical models, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **107**, 615—628, 1981.
- [17] Asselin, R., Frequency filter for time integrations, *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 487—490, 1972.
- [18] Dye, J. E., et al., Early electrification and precipitation development in a small, isolated Montana cumulonimbus, *J. G. R.* q1d1, 1231—1247, 1986.
- [19] Helsdon, J. H., Jr., and R. D. Farley, A numerical modeling study of a Montana thunderstorm: 1. Model results versus observations involving nonelectrical aspects, *J. G. R.*, 92d5, 5645—5659, 1987.

---

**THREE-DIMENSIONAL ELASTIC ATMOSPHERIC  
NUMERICAL MODEL AND THE SIMULATIONS  
OF A SEVERE STORM CASE**

Wang Qian Hu Zhijin

*(Institute of Weather Modification, Academy of Meteorological Science,  
State Meteorological Administration, Beijing)*

**Abstract**

A three-dimensional meso-gamma scale elastic atmospheric numerical model has been established and used to simulate a severe storm case observed during the CCOPE Project. The important characteristics of the modeled storm are close to those of the observed case.