

## 三维可压缩大气中的云尺度模式\*

许 焕 斌      王 思 微

(国家气象局气象科学研究所)

### 提      要

我们设计了一个三维云尺度模式,它的控制方程由二部分组成:一是 Euler 式的可压缩运动方程,连续方程,压力变化方程及热力学方程;二是 Lagrange 式的云-降水微物理方程组。由于声波的存在对各个方程积分过程的影响程度不同,运用了时间分离方法。网格结构设计了二种,一般的和交叉的,并分别采用了松野积分方案和半隐式积分方案。模式经过严格的调试以后,进行了多个个例模拟研究,表明模式是稳定的,给出了合理的三维对流的发展图象,不仅模拟出垂直对流环流,而且模拟出对应的水平涡环。利用该模式,研究了水平涡环的形成和发展对云内下沉气流激发的影响和作用。

### 一、引      言

大气现象通常是三维的,在云尺度强对流现象的研究中尽可能多的考虑大气的可压缩性是有益的。因此,发展一套可压缩大气的三维云尺度模式是十分必要的。另外,在中尺度大气过程的研究中,借助于大尺度数值模式的细网格化和引入大气物理过程的参数化描述,建立起来的中尺度模式已取得一些成功<sup>1),2),[1]</sup>,但这仅适用于中尺度  $\alpha$ (meso- $\alpha$ ),这是由于模式的控制方程及初始化处理带有明显的准静力和准水平特征,所以难以模拟中尺度—— $\beta$ (meso- $\beta$ )现象,这是中尺度数值模式的难点。鉴于一些强烈的中尺度—— $\beta$ 天气过程,往往具有在某种中尺度特征运动影响下组织或集合起来的 meso- $\gamma$  个体的群态结构,这启发我们可以从发展与环境场有相互作用功能的 meso- $\gamma$  模式入手,然后再探索 meso- $\alpha$  与 meso- $\gamma$  二类模式的协同或嵌套,摸索建立中尺度—— $\beta$ 模式的途径。

近十多年来,随着计算机能力的激增,国外已发展起一些 meso- $\gamma$  模式<sup>[2-4]</sup>。我国由于计算机的限制,目前尚未见到研究成果报告,我们利用国产银河机,根据实际条件抓住科学要点,设计研制了三维可压缩大气的云尺度模式。

### 二、模式的控制方程

模式的方程组由 Euler 式基本方程组和 Lagrange 式云-降水微物理方程组组成。

#### 1. 基本方程组

\* 本文于 1988 年 2 月 2 日收到,1988 年 8 月 1 日收到修改稿。

1) 周晓平,细网格天气数值模式说明,1980.10。(油印本)。

2) 陈受钧等,五层原始方程简介,1980.7。(油印本)。

令:  $p = p_0(z) + p'$ ,  $\rho = \rho_0(z) + \rho'$ ,  $T_v = T_{v0}(z) + T'_v$ ,

$$\text{状态方程: } P = \rho R T_v \quad (1)$$

$$\text{运动方程: } \frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} + k \nabla^2 u \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} + k \nabla^2 v \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} = & -u \frac{\partial w}{\partial x} - v \frac{\partial w}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} \\ & + g \left( \frac{T'_v}{T_{v0}} - \frac{\tau}{\rho_0} - \frac{p'}{p_0} \right) + k \nabla^2 w \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{连续方程: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

热力学方程:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y} - w \frac{\partial T}{\partial z} - w \Gamma_a + \frac{1}{\rho_0 c_p} \frac{d p'}{d t} + P_T / \rho_0 + k \nabla^2 T \quad (6)$$

水汽连续方程:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -u \frac{\partial Q}{\partial x} - v \frac{\partial Q}{\partial y} - w \frac{\partial Q}{\partial z} + P_a / \rho_0 + k \nabla^2 T \quad (7)$$

利用方程(1)–(5), 得到扰动压力变化方程:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = \bar{c}^2 \frac{\rho_0}{\tau} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = f_p \quad (8)$$

$$\begin{aligned} f_p = & - \left( u \frac{\partial p'}{\partial x} + v \frac{\partial p'}{\partial y} + w \frac{\partial p'}{\partial z} \right) - p' \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ & + \left( \frac{\bar{c}^2}{\tau} \frac{\rho_0}{T_{v0}} + \frac{p'}{T_{v0}} \right) \frac{d T_{v0}}{d t} \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\Gamma_a$  为干绝热递减率,  $\tau = c_p / c_v$ ,  $P_T$  是单位体积空气中由于水汽相变而引起的温度变化率,  $P_a$  是由于源汇作用引起的单位体积内水汽含量的变化率,  $\tau$  是水凝结物的比含量,  $k$  是交换系数,  $\bar{c}$  是声速。

以上是一组可压缩大气的基本方程组, 为了适应计算机的能力, 一些沿用性的物理过程, 如次网格尺度的湍流作用作了简化处理。时间积分是对方程(2)–(9)进行的。

## 2. 云-降水微物理方程组

由于水的凝结物, 如云水、雨水、冰等, 不像  $u, v, w, T, Q, p'$  那样在整个空间上是个连续场, 没有分界, 由 Euler 式方程来描述它们在流场中的动态变化在界面上会出现麻烦, 所以这里用了 Lagrange 式方程来描述它们, 在解方程中, 为了适合于数值积分, 采用了类似于文献[5]的半 Lagrange 格式, 它与 Lagrange 格式的区别在于每一计算步长中, 空气团系列是改变着的。在计算时, 先考虑在没有平流作用下的格点值的个别变化, 再寻找它是从哪一点平流移到格点上来的, 利用格点值内插得出这一点的值, 并取代相应的格点值。

$$\text{方程的一般形式为: } \frac{dA}{dt} = \frac{P_A}{\rho_0} \quad (10)$$

$A = (W_n, R, AI, ANI)$ , 分别表示云水、雨水、冰的比含量, 而 ANI 表示冰相降水粒子的数浓度,  $P_A$  表示单位体积内  $A$  量的变化率。  $P_A, P_a, P_T$  及  $\tau$  的表达式及求法见文献

[6]。

### 三、数值求解方法

#### 1. 计算区域

在水平面的  $I, J$  方向各取 40 个点, 垂直方向  $K$  取 25 个点, 格点距为 500 m, 整个计算空间为  $20 \times 20 \times 12.5 \text{ km}^3$ 。垂直向取 12.5 km 对于深对流来说不够高, 为了防止对流太旺盛冲上顶边界, 上界附近的层结取成绝对稳定。

#### 2. 两种网格结构

一是普通网格, 各变量均在同一点上表示, 叫网格(I); 二是变量交叉安置在不同的格点上, 叫交叉网格, 用(II)代表(见图 1)。

#### 3. 差分格式

对网格(I), 平流项用迎风差, 其它空间差分用中央差, 时间积分用松野格式, 模式代号为 GF 1。对网格(II), 空间差分格式用四阶中央差, 时间差分用中央差。先对  $u, v$  方程积分, 再用算得的  $u-v$  值, 采用隐式求解  $p'$ , 最后用类似方法求出  $w$ 。模式代号为 GF 2。

#### 4. 边界条件

对任一变量  $F$  有:

$$\text{上边界取 } \frac{\partial F}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0;$$

$$\text{下边界: } F \Big|_{z=0} = 0, \text{ 对降水物为 } \frac{\partial F}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0;$$

侧边界: 用了悬浮边界<sup>[7]</sup>。

#### 5. 初始条件

$$T = T_0(z), P = P_0(z), Q = Q_0(z), v = 0, w = 0,$$

$$u = -u_0 \sin(0.5 \pi k / k_0), \text{ 其中 } k_0 = 12,$$

$$u_0 = 600.0$$

温度初扰动, 在  $I = J = 15 \rightarrow 25, K = 4 \rightarrow 9$  的区域内:  $T' = \Delta T \sin(0.5 \pi I / I_0) \sin(0.5 \pi J / J_0)$ , 其中  $\Delta T = 1.5, I_0 = J_0 = 10$ 。

#### 6. 积分方式

采用了时间分离法, 对  $T, Q, A$  等变量, 取长时间步长  $\Delta T$ ; 对  $u, v, w, p'$  变量方程, 取短时间步长  $\Delta T_m$ , 这样可以满足有声波存在时的计算稳定性的要求。 $\Delta T = 8 \text{ s}, \Delta T_m = 0.1 \Delta T$ , 即取  $0.8 \text{ s}$ 。每当短时间步长积分进行 10 次以后, 进行一次长时间步长的积分。

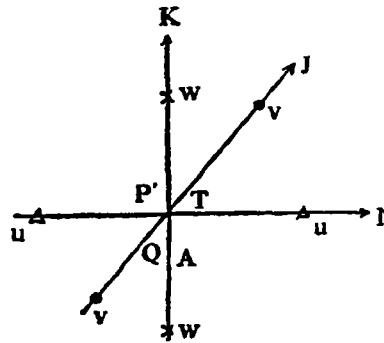


图 1 变量在交叉网格中的安排

### 四、模拟结果及个例研究

使用银河计算机, 对模式 GF 1, GF 2 进行 4 个个例的计算, GF 1 模式积分 210 步, 模拟时间 28 分钟, 其 CPU 时间为 16 小时, 而 GF 2 只需 10 小时。从节省机时的角度来看, GF 2 优于 GF 1。

#### 1. 模式整体计算稳定性及 GF 1 和 GF 2 结果的比较

为了考察模式计算的稳定性,把积分过程中每一步全场中的最大上升气流值  $W_m$  及所在位置绘成图 2。由图 2 可以看出,不论是 GF 1 还是 GF 2,  $W_m$  随时间的演变,位置的变化是连续的,合理的,稳定的。这说明模式的基本动力学结构和数值积分方案是合适的。另外,也应当看到,尽管 GF 1 和 GF 2 的  $W_m$  随时间变化的趋势是相当的,即使两者的控制方程一样,边、初条件相同,但由于网格结构和积分方案的不同,两组曲线在量上仍有相当明显的差异,这种情况是值得重视的。

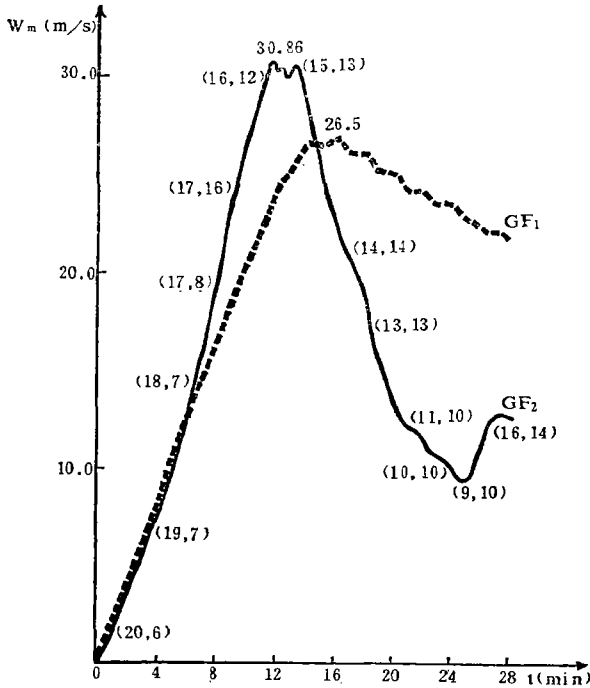


图 2 计算区内最大上升气流速度随时间的变化 (实线为 GF 2, 虚线为 GF 1, 线边上的值表示所在位置  $(I, K), J=20$ )

讨论这一现象,因为二维模式仅能描述垂直升流环流,形成干空气向云内平流注入,需要苛刻的配合条件<sup>[7]</sup>。三维模式可以同时描述垂直环流和水平环流,有可能深入一步研究这一问题。下面给出的模拟结果是对这个问题的个例研究。

图 3—5 给出了一个 GF 2 模式积分到 16 分钟时各个变量的剖面图,因为在这个时刻刚刚发展起水平涡环及贯穿性下沉气流。图 6 给出了相应的水凝结物场的分布,图 7 给出的是温度扰动场的剖面分布。

综合分析这些图可以得出以下几点:

1) 从图 2 中看出,云体上升气流在 11 分时发展到极大值,按文献[8]的看法,在此以后将有可能形成云外气流向云内的水平注入。在本个例中,12 分时垂直气流分布已呈现不对称(图 5 a),12—16 分之间形成了水平涡环和云内下沉气流。分析图 3 和图 5,可以看出,当水平涡环出现后,在涡环气流进云区域,发展起贯穿性的云内下沉气流。

2) 水凝结物场的分布开始呈准对称形,在水平涡环形成后,在涡环气流的进云区,由于云外干空气的平流注入,造成水凝结物的蒸发消耗,分布开始变成不对称,并出现了低

## 2. 个例研究

众所周知,强对流天气可以产生不同的天气现象,如冰雹、大风、暴雨、下击暴流等。出现哪一类天气现象为主是与对流流场的流型结构相联系的。例如超级单体类流型往往对应着强雹暴天气,但这类流型的形成常常并不直接依存于上升气流的发展,而是与一支云内强下沉气流的发展相关联着。因此,研究云内下沉气流,探讨其发展机制是有重要意义的。我们曾用双路一维模式<sup>[8]</sup>讨论过这一问题,指出:云中强下沉气流的发展必需在云已发展的背景下,再有云与云外的协同作用才有可能,特别是形成云外干空气平流注入云内的局势是个很重要的环节。我们也曾用二维模式探

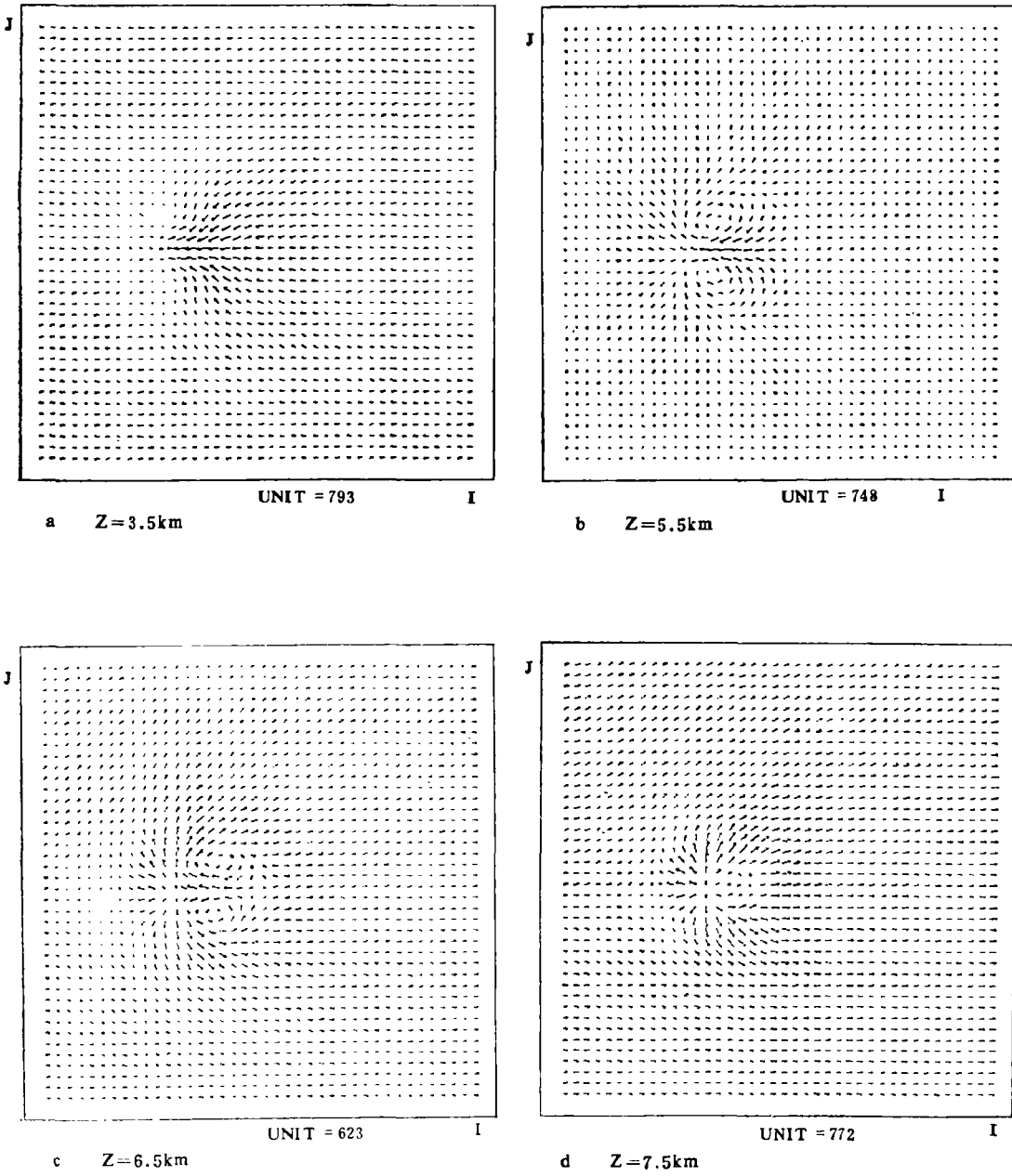
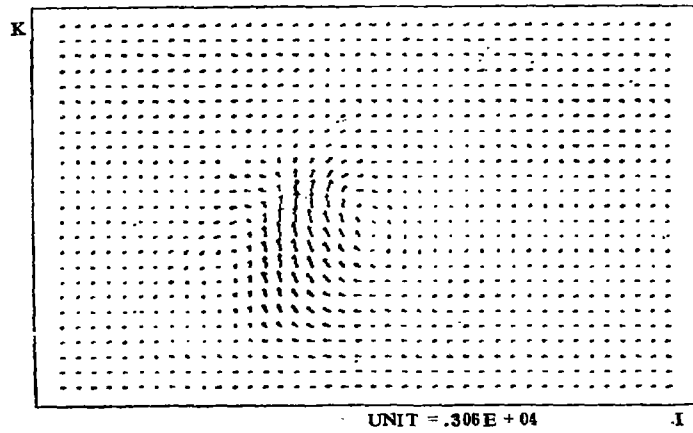
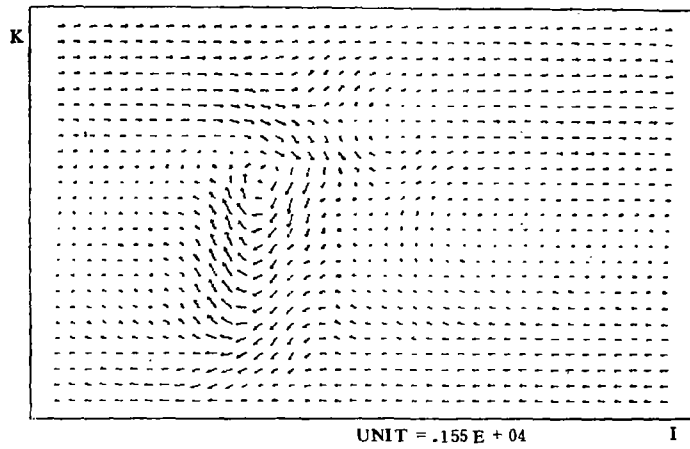


图 3 16 分钟时的  $u-v$  向量水平剖面图

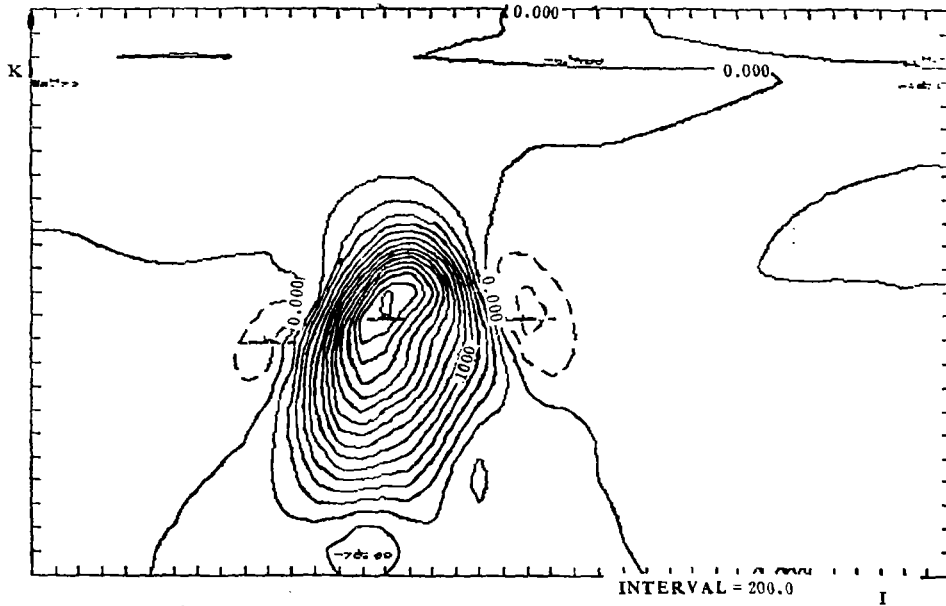


a T=12min

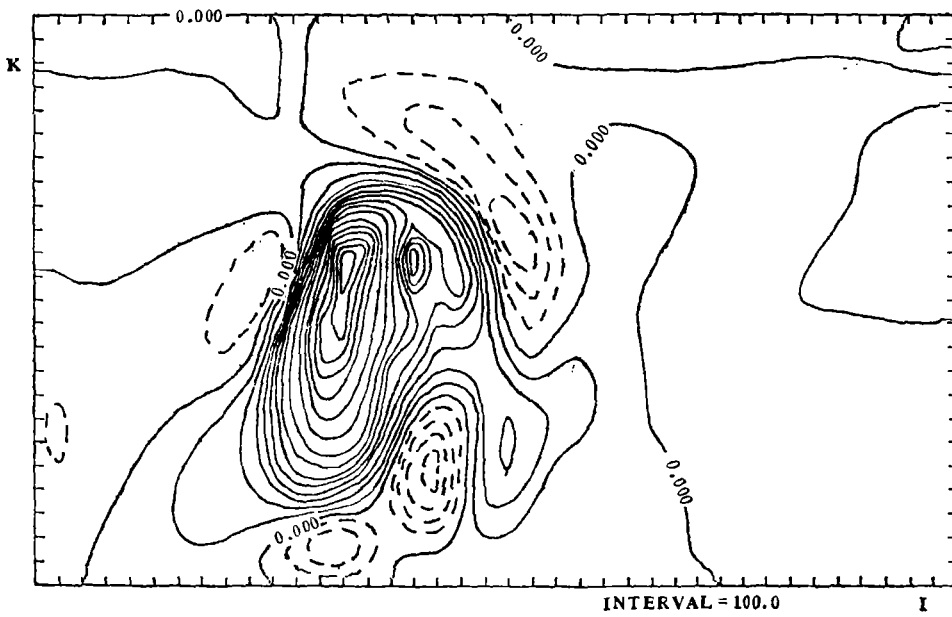


b T=20min

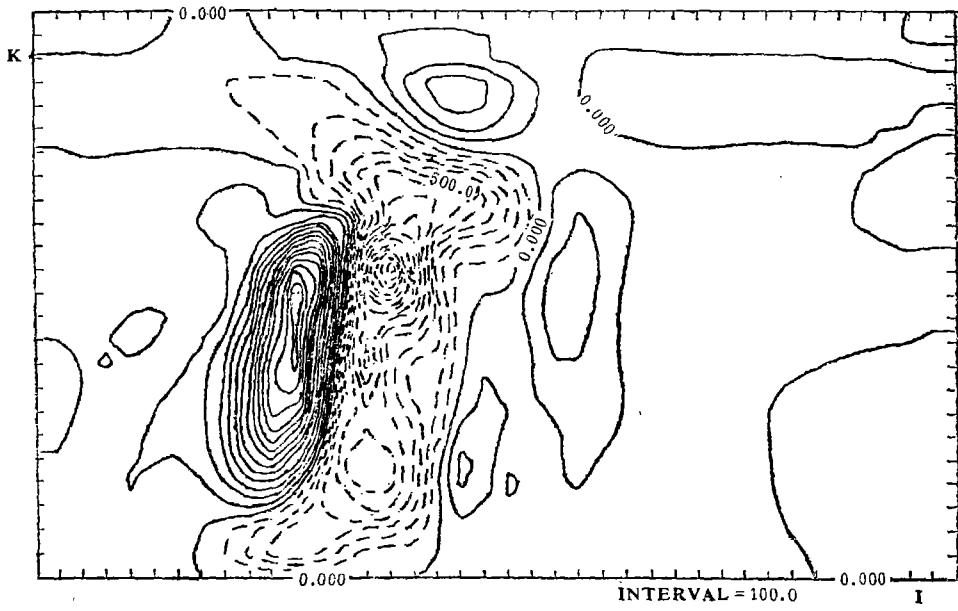
图 4 不同时刻  $J=20$  垂直剖面上的  $u-w$  向量场图



a T=12min

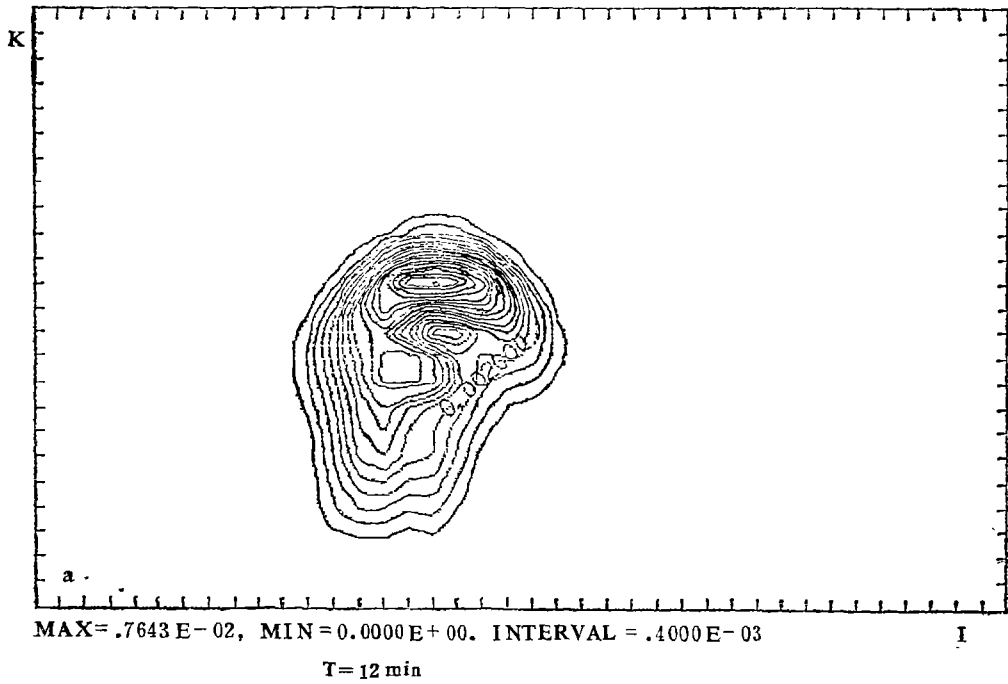


b T=16min



c T=20min

图 5 不同时刻 J=20 处 W 场的垂直剖面图

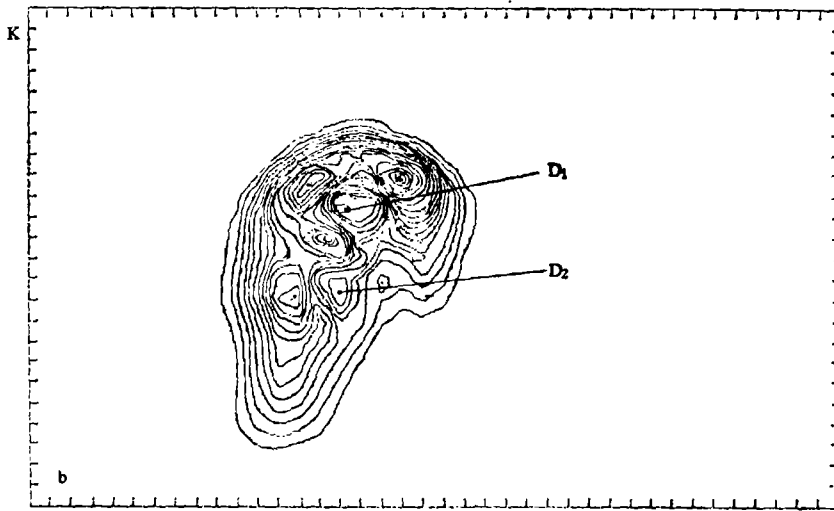


a

MAX = .7643 E - 02, MIN = 0.0000 E + 00. INTERVAL = .4000 E - 03

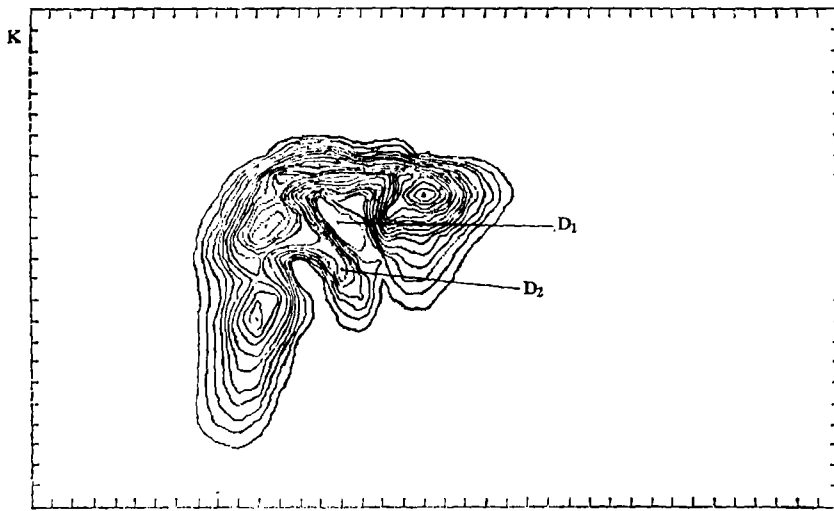
T = 12 min





MAX = .7658 E-02, MIN = 0.0000 E+00, INTERVAL = .4000 E-03

T = 16 min



MAX = .6518 E-02, MIN = 0.0000 E+00, INTERVAL = .4000 E-03

c T = 20 min

图 6 不同时刻 J=20 处水凝结物场的垂直剖面图

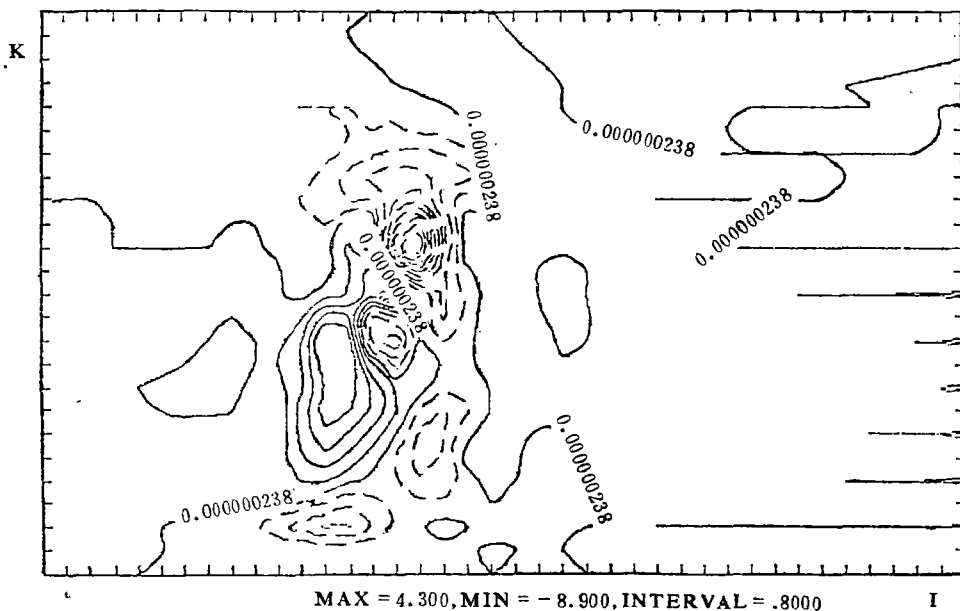


图 7 16 分钟时  $J=20$  处扰动温度场垂直剖面图

值中心(见图 6)。

3) 上述两点,从温度场剖面图 7 上得到了印证。在水平涡环气流进云区域,等温线是下弯的,扰动温度值是负值中心区;与图 6 相比较,还可以看到降温中心与水凝结物比含量的低值中心位置上是一致的(D1 和 D2),说明消耗水凝结物的蒸发对温度下降所起的作用。

水平涡环的出现对云内下沉气流的发展,为何比垂直环流等的作用还大呢?这可以与二维图象的对比来分析。在只有垂直环流时,辐合来的空气只供上升或下沉,在上升气流发展区又常为云区,辐合量与上升量是相等的,上升又会带来新的凝结,水平辐合难以实现对云内水汽含量的稀释,从而难以引起或维持蒸发降温去激发下沉气流。在三维情况下,辐合来的空气可以上升,也可以水平转动,所以辐合量可以大于上升量,干湿混合可以维持蒸发的进行,成为触发云内下沉的一个动力-热力因子。从图 7 中可以看到,下部的扰动负温区对应着图 5 b 中的下沉区,是下沉蒸发作用形成的;而上部的扰动负温区,对应着上升区,由于上升的膨胀降温,再加上气流出云区的蒸发降温,温度下降更为强烈,达到了扰动负温极低值。正因为这样,从图 5 c 的变化可以看到,由上部低温区发展起来的下沉气流,并迅速地与下部的下沉气流相贯通,形成一支云内强下沉气流。这时上升气流在它的左侧,这里是水平涡环气流的出云区域。

另外,水平辐合量可以是一部分上升,一部分形成水平涡环,进入云内的干空气量比二维模式的多,形成了对云内水含量的动力稀释。这也许是二维模式为什么在计算云高与自然云高相当的条件给出的含水量比自然云偏高的原因。

## 五、结 语

鉴于三维可压缩云尺度(meso- $\gamma$ )模式可以有多方面的用途,我们发展了两个版本的

这类模式,从计算结果来看,模式的设计是合理的,计算是稳定的。从个例研究的结果来看,模式具备研究强对流现象的功能。

该模式虽然计算量甚大,但可以在中型计算机上进行,具有逐段起动逐段输出的功能,输出资料也很丰富,可供内容广泛的研究分析使用。至于如何进一步充实和运用该模式去研究众多的 meso- $\gamma$  大气现象,以及如何与 meso- $\alpha$  模式协同,发展起具有描述 meso- $\beta$  现象的模式,还需要做一系列的工作,这一工作仅仅是从发展模拟工具方面迈出的第一步。

### 参 考 文 献

- [1] Anthes, R. A., and T. T. Warner, Development of hydrodynamic models suitable for air pollution and other mesometeorological studies, *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 8, 1045—1078, 1978.
- [2] Schlesinger, R. E., A three-dimensional numerical model of an island deep convective cloud: preliminary results, *J. Atmos. Sci.*, **32**, 5, 934—957, 1975.
- [3] Klemp, J. B., and R. B. Wilhelmson, The simulation of three-dimensional convective storm dynamics, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 6, 1070—1096, 1978.
- [4] Tripoli, G. J., and W. R. Cotton, The CSU three-dimensional cloud/mesoscale model, *J. de Recherches Atmospheriques*, **16**, 3, 185—219, 1982.
- [5] Bates, J. R., and A. McDonald, Multiply-upstream, Semilagrangian advective schemes: Analysis and application to a multi-level primitive equation model, *Mon. Wea. Rev.*, **110**, 12, 1831—1842, 1982.
- [6] 许焕斌、王思微, 一维时变冰雹云模式研究(2): 反映融化对雹谱双参数演变时影响, *气象学报*, **43**, 2, 162—171, 1985.
- [7] 许焕斌、王思微, 二维冰雹云模式研究, *气象学报*, **46**, 2, 227—236, 1988.
- [8] 许焕斌、王思微, 双路一维时变对流云数值模拟研究, *气象学报*, **44**, 3, 314—320, 1986.

## A three-dimensional cloud-scale model suitable for compressible atmosphere

Xu Huanbin Wang Siwei

(Academy of Meteorological Science, State Meteorological Administration, Beijing)

### Abstract

A three-dimensional cloud-scale model has been designed. The governing equations of model are composed of compressible motion equations, continuity equation, pressure equation, thermodynamics equation, those are of Euler type, and cloud-precipitation microphysics equations, those are of Lagrange type. In the solving governing equations the splitting procedure has used, the both mesh of general and staggering have been structured, the integration schemes have adopted the Eulerian backward difference method for the general mesh and semi-implicit method for staggering mesh. Several experiments of modelling have finished and the results have shown a reasonable three-dimension image for deep convection. Using this model the effects of horizontal vortex circulation following the vertical one on the formation and developing of downdraft airflow within cloudy domain have been studied.