

# 暴雨系统中环境涡度场与散度场 之间相互关系\*

汪钟兴 孙淑清

(中国科技大学 地球和空间科学系) (中国科学院 大气物理研究所)

观测事实和理论研究表明,暴雨系统的形成和发展与环境涡度和散度的分布和演变有十分密切的关系。因此用涡度方程和散度方程来诊断和分析流场结构比其它方程(如动量方程)更为直接,物理意义也更加清楚,这就吸引气象学者把它用于分析实践。如 Matsumoto<sup>[1]</sup>等用完全涡度方程和散度方程各项来诊断中尺度系统发展过程中对流活动的作用, Schaefer<sup>[2]</sup>选取散度方程中与发展有关的项来诊断未来风暴的发生,发现其相关率可达90%以上。我国学者<sup>[3,4]</sup>也研究过散度方程各项的大小以及某些重要项对暴雨形成的作用。鉴于涡度方程和散度方程在气象中常采用其近似关系式,故本文对方程各项进行实例计算借以估计方程各项的量值,以利于检验各种近似的实用范围,并由此对这一对方程来讨论涡度和散度场之间的相互影响和作用。

## 1. 暴雨系统中涡度方程和散度方程各项平均垂直分布

本文选取 1982 年 6 月 19—21 日长江中下游梅雨期的一次暴雨过程,其特点为:雨区范围广、降水强度大、持续时间长。我们利用 59 个探空站和 24 个测风站每隔 12 小时的数据,计算区域为 22°N—35.5°N, 107.5°E—122.5°E,计算格距为 1.5 纬距。除采用 O'Brien 法对散度和垂直速度作相应的修正外,再用修正后的散度场解泊松方程求出速度势,利用速度势再修改实测风场,从而得出运动学上相一致的三维流场。

完全的涡度方程可写成如下形式:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla \zeta - \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} - (f + \zeta)D - \left[ \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} \right] - \beta v$$

由于雨区广、持续时间长,为了考察暴雨系统内涡散场相互关系的基本特征,表 1 给出由六个时次内降水量 > 50 mm/d 网格点的平均值,共有 36 个格点。因此它代表整个暴雨时期的平均状况。由表 1 第(2)和(5)栏可见,在低高层涡度方程中之大项为涡度平流项和散度项。但是涡度平流对低层正涡度的产生都是负贡献,因而平流项不利暴雨区内正涡度场的产生。但在高层,该项有一个大值,量值显著超过其它项,说明暴雨区上空反气旋涡度的产生仍主要依靠平流的作用。散度项情况不同;该项不但绝对值大,在低层它使  $\frac{\partial \zeta}{\partial t} > 0$  产生正涡度;而在高层 500 hPa 以上则形成负涡度,这是支持暴雨区中涡度倾向的一个主要项,它说明在暴雨形势的环境流场中,低层的辐合中心依然与正涡度区大体一致,这些结果与孙淑清<sup>[3]</sup>所讨论的情况是一致的。该项在高低层间符号相反,反映了散度场在高低层间的相互补偿作用。 $\beta v$  项是一个小项,它比最大项平均可小一个量级,一般情况下在暴雨区内低层以偏南风为主(或低空急流),这时该项的作用使  $\frac{\partial \zeta}{\partial t} < 0$ ,因此在旋转大气中,单纯的南风不利于正涡度形成,只有风场切变部分才可能通过扭转项或散度项而使正涡度增加。至于涡度的垂直输送项及扭转项其绝对值则以中层较

\* 本文于 1986 年 8 月 11 日收到, 1987 年 7 月 17 日收到修改稿。

大,高低层均较小,因而低层涡度场的形成主要依靠气柱中质量的重新调整所引起的风场结构的变化,而不是周围地区涡度的水平输送。

表 1 暴雨区涡度方程各项算术平均值(单位:  $10^{-10} \text{s}^{-2}$ )

层 次 (hPa)	(1) $\frac{\partial \xi}{\partial t}$	(2) $\mathbf{V} \cdot \nabla \xi$	(3) $\omega \frac{\partial \xi}{\partial P}$	(4) $\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p}$	(5) $\eta D$	(6) $\beta v$
200	-0.8	7.9	—	—	3.0	-1.9
300	-0.4	2.5	-1.4	0.8	3.6	-1.0
400	1.0	-0.7	-1.8	1.6	2.4	-0.3
500	1.1	-0.6	-2.4	2.3	1.4	0.2
600	0.6	0.4	-1.5	1.6	-1.0	0.4
700	0.3	1.3	-1.3	0.3	-3.4	0.5
800	0.7	2.5	-0.4	-0.5	-8.5	0.8
900	1.0	1.2	0.3	-0.2	-6.9	0.7
1000	0.4	0.2	—	—	-1.1	0.1

散度方程可写成如下形式:

$$\frac{\partial D}{\partial t} - \mathbf{V} \cdot \nabla D - \omega \frac{\partial D}{\partial p} - \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} - f \xi' - \left[ \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} \right] - \beta u$$

式中  $f \xi' = \nabla^2 \phi - f \xi$  为非地转涡度, 而  $-\left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}$  项则为一般表达式中  $2J(u, v) - D^2$  的另一种写法。

从计算结果看,非地转涡度项为最大,尤其在高层,它对高层辐散的贡献最为突出,表明高层流场中辐散与负涡度中心配置较好。另一组较大的项是与水平切变相关的项,即  $\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2$  和  $2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}$ 。尤其在低层,起着明显的辐合增强的作用。散度的水平输送和垂直输送大抵相消;而倾斜项  $\left[ \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} \right]$  和  $\beta u$  项也在对流层中层大抵相消,而倾向项  $\frac{\partial D}{\partial t}$  则明显偏小。这是因为受资料限制,时间步长取 12 h, 又是三天六个时次的平均值,因此不能代表瞬变运动突出的中尺度散度变化。在此不予以讨论。

按照上述的分析,我们把散度方程右端反映背景流场演变的各项归结为以下三组,并将其量值列于表 2。

1)  $\mathbf{V} \cdot \nabla D + \omega \frac{\partial D}{\partial p}$ : 它代表区域边界对域内散度的输送,这是散度场本身的不均匀分布所决定的。

从表 2 的第一组看到,这种边界输送对于暴雨区散度垂直结构的形成是不利的,正好起到抵消的作用。但这组数值比第二组要小得多。可以肯定,在暴雨区内的气柱高层辐散低层辐合的结构不是外界输送的结果,而是局地动力因素的影响。

2)  $f \xi' + \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}$ : 它是流场涡旋部分与气压场不平衡造成的非地转运动以及流场自身水平分布不均匀所产生的散度场。从表 2 可见,它比其余两组大一个量级。一般来说,前一项较大,但当低层有急流系统时,后两项也起着重要作用,它们的共同作用是使低层辐合高层辐散的结构增

强,它的垂直分布恰好与第 1 组的分布相反。

3)  $\left[ \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} \right] + \beta u$ ; 它是水平风场的垂直变化和垂直运动的水平变化以及柯氏参数的纬度变化对散度生消的影响。表 2 表明在气柱中皆为正值(除 600 hPa 外)对生成辐合有利。因此在低层它对暴雨区作正贡献,而在高层则为负贡献。

表 2 散度方程右端项在暴雨区中之平均值( $10^{-10} \text{s}^{-2}$ )

层 hPa	次	$\mathbf{V} \cdot \nabla D + \omega \frac{\partial D}{\partial p}$	$f\xi' + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}$	$\left[ \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} \right] + \beta u$
200		—	—	—
300		0.9	-35.9	3.3
400		0.6	-14.8	1.7
500		0.4	-9.7	0.7
600		-0.2	-3.4	-0.2
700		-1.9	9.7	0.9
800		-1.1	14.2	0.8
900		-1.0	10.3	1.0
1000		—	—	—

## 2. 涡度场与散度场之间的相互作用

从上面的计算结果可以看出,在暴雨过程中,涡度方程和散度方程中与环境场有关的主要项分别为  $(f+\xi)D$  和  $f\xi' + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}$ , 由于其中  $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2$  恒为正值,故将涡度方程和散度方程近似地写成如下形式借以讨论两者之间的关系。

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -(f+\xi)D$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -f\xi' - 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}$$

可见当散度出现辐合时,正涡度则增加,即  $\frac{\partial \xi}{\partial t} > 0$ 。而正涡度的增加(或负涡度的减小)必将导致散度方程的重新平衡而使  $\frac{\partial D}{\partial t} > 0$ , 即辐散增大(或辐合变小),这势必使涡度方程中的正涡度减小,即  $\frac{\partial \xi}{\partial t} < 0$ 。因此这两个物理量之间相互作用使涡散场处于某种平衡状态。根据适应理论,在暴雨系统中气压场将向流场调整。由于风场涡度的变化( $f\xi'$  项的变化),将有地转涡度  $\frac{1}{f} \nabla^2 \phi$  的相应变化。但只要是在气压场没有得到相应的适应,即存在非地转涡度,则散度就要变化,这时散度场与涡度场的相互作用是通过非地转涡度及  $f$  的作用来实现的,即当非地转涡度  $f\xi' > 0$  时,有  $\frac{\partial D}{\partial t} < 0$ , 流场辐合增加,通过  $f$  作用产生正涡度,而后又促使  $f\xi' < 0$  而使辐合减小。从这种调整过程看,散度的变化是一个尤为重要的因素。很明显,这种振荡具有重力惯性波特征。从上面的计算和讨论看,在暴雨持续的近三天中,散度变化始终存在,非地转涡度项也一直维持大值,因此上述的这种振荡就不可能停止,重力波的发生和维持对暴雨起了积极的触发作用。

对于散度方程中非线性项  $2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}$  的贡献, 则决定于  $\frac{\partial u}{\partial y}$  与  $\frac{\partial v}{\partial x}$  的符号。当两者同号时, 有利于辐合生成, 而当两者反号时, 则产生辐散。不少实例计算<sup>[6]</sup>表明, 低空急流左前方常常有  $\frac{\partial u}{\partial y} < 0, \frac{\partial v}{\partial x} < 0$ , 即为  $\frac{\partial D}{\partial t} < 0$  区。同时由涡度表达式  $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$  可知, 当两项同号时, 涡度绝对值将较小, 这就使低空急流左前方  $f\xi'$  值也相对较小。如考虑气压场不变, 这时  $f\xi'$  将会变大, 有利于  $\frac{\partial D}{\partial t} < 0$ 。可见散度方程中非线性项(指  $2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}$  项)与非地转涡度项的作用是一致的。在本文所讨论的个例中, 从6月19日开始, 低空急流北抬, 中心轴线在芷江到南昌一线, 最大强度为  $22 \text{ ms}^{-1}$ 。暴雨区正处在低空急流下游之左侧。

通过对涡度方程和散度方程耦合讨论, 可以认为, 在暴雨过程中当散度场变化成为不可忽略的物理量, 且它的倾向也增大时, 涡度与散度之间将出现振荡, 这种振荡主要机制是由于非地转运动的存在及流场的非线性相互作用。只要这种机制存在, 这种相互调整就要继续下去。显而易见, 这种振荡具有重惯性波的特性, 它必然有助于暴雨系统的进一步发展。

### 3. 结 语

1) 从动力学角度看, 暴雨过程中风场是活跃因素。风场的配置和结构与对流活动有密切关系。流场中涡度和散度则为活跃的物理量。从本文计算表明, 中尺度活动区中(即本个例之暴雨区)散度场的变化具有重要的意义, 它的分布和大小对涡度倾向有决定的意义。因此要很好估计流场中涡度与散度之间的关系, 在数值预报中妥善地处理初始场中的散度风, 否则将会歪曲系统的发展和对其的预报。

2) 中尺度活动区中, 非地转涡度所造成的散度变化是散度方程中之大项。但从计算所得结果看, 非线性项所激发出的散度也是不可忽视的, 它常常可以与非地转涡度项相比拟。

3) 由于目前中尺度资料还比较少, 无论是空间密度或是时间间隔都不能满足需要。本文的计算从时空尺度来说也尚嫌过大, 以致使所得数值稍小, 倾向值也由于时间尺度过大而太小。今后应在加密观测资料的同时, 从理论上研究资料的时空尺度与可能误差之间的关系, 以便在实践中对所作的计算误差有一个量的估计, 这些工作无疑是必需的。

### 参 考 文 献

- [1] Matsumoto, S., K. Ninomiya and T. Akiyama, A synoptic and dynamic study on the three dimensional structure of mesoscale disturbances observed in the vicinity of a cold vortex center, *J. Meteor. Soc. Japan.*, 45, 1, 64—81, 1967.
- [2] Schaefer, J. T., On the applicability of the divergence equation for severe storm forecasting, Tenth conference on severe local-storm, 358—363, Amer. Meteor. Soc., Boston, 1977.
- [3] 孙淑清, 低层风场在暴雨发生中的动力作用, *大气科学*, 6, 4, 394—403, 1982.
- [4] 刘春霖, 产生强暴雨的一种风压, *大气科学*, 7, 2, 201—209, 1983.
- [5] 汪钟兴, 积云对流对涡度场和散度场的反馈作用, *大气科学*, 12, 2, 168—173, 1988.
- [6] 汪钟兴, 暴雨前期低层环境流场的平均扰动结构, *中国科技大学学报*, 16, 2, 203—209, 1986.

**THE RELATIONSHIP BETWEEN ENVIRONMENTAL  
VORTICITY AND DIVERGENCE FIELD  
ASSOCIATED WITH HEAVY RAIN  
SYSTEMS**

Wang Zhongxing

*(Department of Earth and Space Science, University of Science and Technology of China)*

Sun Shuqing

*(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)*

**Abstract**

This paper presents the time-area averaged profiles of each term in vorticity and divergence equations over heavy rain region during 19—21 June 1982 and discusses the relationship and changing features between vorticity and divergence field. It has been verified that the ageostrophic motion and nonlinear structures of wind field are closely related to the changes of the divergence field.