

江淮平原二类气象站网的设计*

杨贤为 何素兰

(国家气象局北京气象中心)

在进行天气预报,开展天气、气候研究以及制订有关工程计划时,我们往往需要利用气象台站的观测资料来内插非台站所在地的气象要素值。为了保证这些内插值具有一定的精度,气象台站必须达到相应的密度。1946年, O. A. 德罗兹多夫^[1]曾用结构函数的方法对此作了研究,并得到气象要素的线性内插标准误差仅与该要素的结构函数有关的结论。此后,结构函数被广泛用于气象台站网的合理分布研究^[2,3]。

据世界气象组织规定^[4],气象台站可按观测内容和项目之不同划为密度不同的三个等级。第一类台站间距最大,主要进行气压、土壤温度和日照时数的观测,第二类台站间距适中,主要进行气温、相对湿度以及风速、云量等观测,第三类台站间距最小,主要进行降水、积雪以及各种天气现象的观测。

本文从统计江淮平原有关台站的逐日平均气温和逐日平均相对湿度的结构函数着手,计算出这两个要素的内插精度和台站间距的对应关系,并根据内插标准误差应不超过观测标准误差的原则,估算出上述地区二类气象站网的合理间距和分布形式。

1. 研究区的范围和资料

本研究所选的区域居江淮平原西部,面积约 $6 \times 10^4 \text{ km}^2$, 大体位于 $117^\circ - 119^\circ \text{ E}$, $31^\circ - 34^\circ \text{ N}$ 之间。

我们利用区内 41 个台站, 1961—1980 年期间 1, 4, 7 和 10 月的逐日平均气温(以下简称气温)和逐日平均相对湿度(以下简称湿度)资料, 分别代表冬、春、夏、秋的情况。为了避免相邻的观测数据过分相关, 在各月的序列中, 我们只挑选 11 天(即每隔两天挑选一天)的资料作为计算样本。

2. 结构函数和协方差函数的计算

$f'(A)$ 和 $D_r(A)$ 分别表示要素 f 在 A 点的偏差和方差, 即:

$$f'(A) = f(A) - \bar{f}(A) \quad (1)$$

和

$$D_r(A) = \overline{f'^2(A)} \quad (2)$$

A, B 两点 f' 值之差的平方的平均叫做要素 f 的结构函数:

$$b_r(A, B) = \overline{[f'(A) - f'(B)]^2} \quad (3)$$

这两点 f' 值之积的平均称为要素 f 的协方差函数:

$$m_r(A, B) = \overline{f'(A) \cdot f'(B)} \quad (4)$$

展开(3)式, 可得 b_r 与 m_r 的关系式:

$$b_r(A, B) = D_r(A) + D_r(B) - 2m_r(A, B) \quad (5)$$

上面给出的只是平面上两点间的结构函数, 如何计算某一区域的结构函数呢? 设某区共有 m 个台站, 先算出可能组合的每对台站间的 b_r , 这样就得到一个 m 阶的对称矩阵; 接着根据台站的经纬度

* 本文于 1985 年 6 月 14 日收到, 1985 年 10 月 31 日收到修改稿。

计算每对台站的间距,并将所有的间距划成不同范围的等级。相应地,结构函数也按不同的距离级别分组求平均。然后,根据不同等级的距离与相应结构函数的平均值所绘制的曲线就表示该区的结构函数与距离的关系。采用此法,我们分别绘制出江淮平原各月气温场和湿度场的结构函数与距离的关系曲线(见图 1、图 2)。从中不难看出,虽然各月的结构函数均随距离之延长而增大,但它们的季节变化仍相当明显。特别是 1 月,不论气温场或湿度场,其结构函数值在一定距离内一直高于其他月份。这是由于江淮平原冬季气温及湿度的空间梯度远远大于其他季节所致。

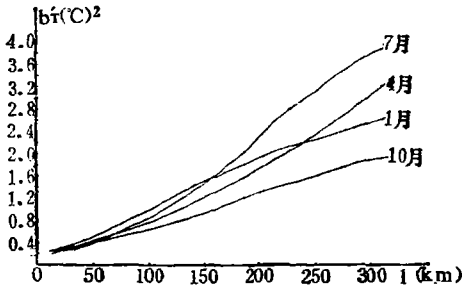


图 1 江淮平原气温场的结构函数(b_T)与距离(l)的关系

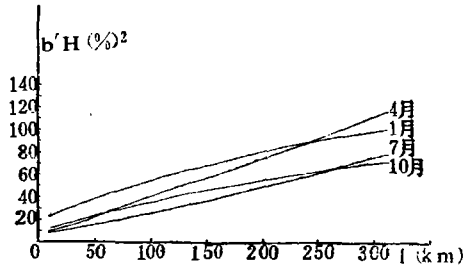


图 2 江淮平原湿度场的结构函数(b_H)与距离(l)的关系

3. 观测随机误差的估计和线性内插标准误差的计算

众所周知,任何气象要素的观测普遍存在着系统误差和随机误差。使用偏差来计算各特征函数使系统误差得以消除,仅剩随机误差项,为估计其大小,我们假设任意两点的随机误差互不相关:

$$\overline{\delta_r(A) \cdot \delta_r(B)} = 0 \tag{6}$$

一点的随机误差与另一点的偏差也不相关:

$$\overline{\delta_r(A) \cdot f'(B)} = 0 \tag{7}$$

当两点重合时,

$$\overline{\delta_r(A) \cdot \delta_r(A)} = \sigma_r^2(A) \tag{8}$$

$\sigma_r^2(A)$ 叫做观测随机标准误差,下面要估计的就是 $\sigma_r(A)$ 的大小。

根据实际观测数据(其中包含观测随机误差)计算的结构函数可写成如下形式:

$$b'_r(A, B) = \overline{[f'(A) + \delta_r(A)] \cdot [f'(B) + \delta_r(B)]^2} \tag{9}$$

展开上式,并利用(5)、(6)、(7)、(8)式的结果,可得:

$$b'_r(A, B) = b_r(A, B) + \sigma_r^2(A) + \sigma_r^2(B) \tag{10}$$

上式表明采用实际观测资料计算的结构函数值较(3)式的值高些。假设某区域内的结构函数满足均匀性和各向同性的条件,而且各点的观测随机误差相等,当 A, B 两点的距离为 l 时,(10)式可变换成:

$$b'_r(A, B) = b_r(l) + 2\sigma_r^2 \tag{11}$$

当 $l=0$ 时, $b_r(0)=0$, 可得:

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{2} b'_r(0) \tag{12}$$

显然,只要把以实际观测资料计算的结构函数曲线外推到零距离,就可以获得观测随机标准误差的估计值了。

下面将进一步讨论线性内插误差与结构函数的关系。对于距离为 l 的 A, B 两站中间点 C 处的内插误差平方的平均是:

$$E = \sqrt{\frac{1}{2} [f'(A) + \delta(A)] + \frac{1}{2} [f'(B) + \delta(B)] - f'(C)}^2 \quad (13)$$

展开(13),代入(4)、(7)、(8)式,并假设协方差函数也满足均匀性和各向同性,(13)式可改写为,

$$E = b_r \left(\frac{l}{2} \right) - \frac{1}{4} b_r(l) + \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (14)$$

上式给出了内插标准误差和结构函数的关系。由于 b_r 不能用观测资料直接计算,因此我们不能应用(14)式来直接确定 E 和 l 的关系。结合(11)式和(12)式可得,

$$b_r(l) = b'_r(l) - b'_r(o) \quad (15)$$

将上式代入(14)式,

$$E = b'_r \left(\frac{l}{2} \right) - \frac{1}{4} b'_r(l) - \frac{1}{2} b'_r(o) \quad (16)$$

利用此式,我们可以根据实际观测资料计算出江淮平原各月气温场和湿度场在不同距离下的 E 、 \sqrt{E} 值(见表1),并绘制相应的关系曲线(见图3、图4)。

表1 江淮平原气温和湿度的内插误差与距离的关系

l (km)		20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	
气	E ($^{\circ}\text{C}$) ²	1月	0.058	0.078	0.105	0.155	0.195	0.223	0.260	0.288	0.335	0.400	0.472	0.537	0.600
		4月	0.045	0.065	0.092	0.118	0.140	0.170	0.200	0.220	0.245	0.263	0.281	0.310	0.330
		7月	0.048	0.070	0.088	0.100	0.118	0.130	0.147	0.178	0.200	0.217	0.240	0.280	0.317
		10月	0.060	0.090	0.118	0.133	0.155	0.163	0.180	0.200	0.215	0.240	0.253	0.278	0.310
温	\sqrt{E} ($^{\circ}\text{C}$)	1月	0.24	0.28	0.32	0.39	0.44	0.47	0.51	0.54	0.58	0.63	0.69	0.73	0.77
		4月	0.21	0.25	0.30	0.34	0.37	0.41	0.45	0.47	0.50	0.51	0.53	0.56	0.57
		7月	0.22	0.26	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.42	0.45	0.47	0.49	0.53	0.56
		10月	0.24	0.30	0.34	0.36	0.39	0.40	0.42	0.45	0.46	0.49	0.50	0.53	0.56
湿	E (%) ²	1月	7.1	9.8	12.1	14.1	15.8	17.8	19.6	22.2	24.6	26.0	27.5	30.0	31.5
		4月	3.1	4.8	6.6	8.6	10.4	11.8	13.1	14.9	16.6	18.4	19.3	21.1	22.9
		7月	3.0	3.6	4.8	5.3	5.7	6.6	7.4	8.1	9.0	9.6	10.6	11.4	12.4
		10月	3.8	4.9	6.4	7.8	8.9	10.7	13.0	14.3	15.2	16.9	18.1	19.7	21.3
度	\sqrt{E} (%)	1月	2.7	3.1	3.5	3.8	4.0	4.2	4.4	4.7	5.0	5.1	5.2	5.5	5.6
		4月	1.8	2.2	2.6	2.9	3.2	3.4	3.6	3.9	4.1	4.3	4.4	4.6	4.8
		7月	1.7	1.9	2.2	2.3	2.4	2.6	2.7	2.8	3.0	3.1	3.3	3.4	3.5
		10月	1.9	2.2	2.5	2.8	3.0	3.3	3.6	3.8	3.9	4.1	4.3	4.4	4.6

利用这些图表,我们既可根据不同的站网密度(间距)来推算其相应的内插误差,又可根据不同的内插精度要求来设计新站网的密度。但是,由于各月同一站距下的内插误差之间存在着明显的差别,怎样来确定适用于不同季节的最大容许误差,并据此来推算各季通用的最大容许距离呢? L.S. 刚丁^[4]的研究结果是对于大多数气象要素来说,点值内插的标准误差数值不应超过观测标准误差的数值。也就是说,最大容许误差 E 是通过(14)式右边前两项的数值不超过观测标准误差来确定的,即,

$$b_r \left(\frac{l}{2} \right) - \frac{1}{4} b_r(l) \leq \sigma^2 \quad (17)$$

代入(14)式,得,

$$E \leq \frac{3}{2} \sigma^2 \quad (18)$$

由上式算得的 E ,可作为最大容许误差的指标,对应于这一指标的站距(当 $E = \frac{3}{2} \sigma^2$ 时)可作为确定站网合理间距的依据。表2给出江淮平原气温和湿度场各月的最大容许误差及其对应的距离。不难看出,如果我们选择50 km作为江淮平原二类站网的平均间距,那末对于这两个要素来说,各月都满足 $E \leq$

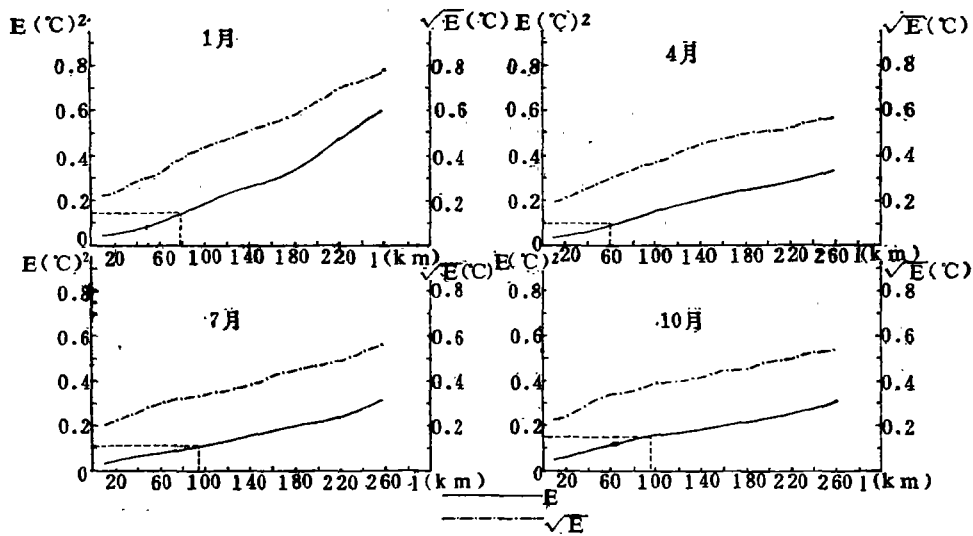


图 3 江淮平原气温场的内插标准误差(线段中点)与距离的关系

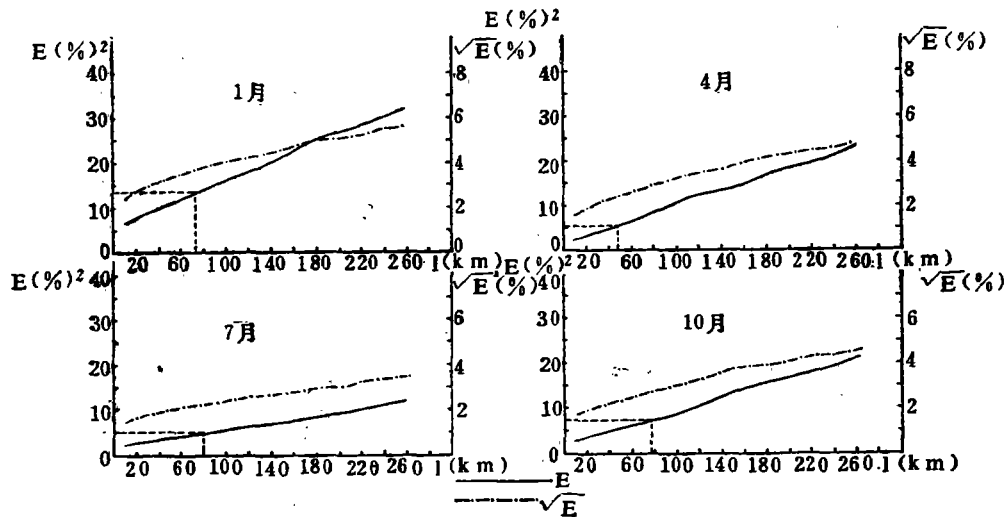


图 4 江淮平原相对湿度场的内插标准误差(线段中点)与距离的关系

表 2 江淮平原气温和湿度场的最大容许误差及其对应的距离

要素	月份	$E = \frac{3}{2}\sigma_i^2$	\sqrt{E}	距离为 l 的线段 中点内插	边长为 l 的正三 角形中心内插	边长为 l 的正方 形中心内插
				对应的距离 l (km)		
气 温	1	0.150	0.39	80	85	80
	4	0.105	0.32	70	85	70
	7	0.113	0.34	95	125	110
	10	0.150	0.39	95	125	120
湿 度	1	13.5	3.7	75	100	80
	4	5.3	2.3	50	55	50
	7	5.3	2.3	80	100	100
	10	7.5	2.7	80	90	80

$\frac{3}{2}\sigma^2$ 的条件,也就是说,在这一间距下,可保证所有季节由“内插”造成的误差都不超过因“观测”而造成的误差。

4. 平面内插误差与结构函数的关系

任一气象要素不仅在两个相邻站的线段上具有一定的精确度,而且在几个相邻站包围的区域内也具有一定的精确度,因此必要时可以用平面内插来代替直线内插^[4]。

如果台站按规则的正三角形排列,对边长为 l 的正三角形中心进行内插的标准误差表达式为,

$$E = b_r \left(\frac{l}{\sqrt{3}} \right) - \frac{1}{3} b_r(l) + \frac{1}{3} \sigma^2 \quad (19)$$

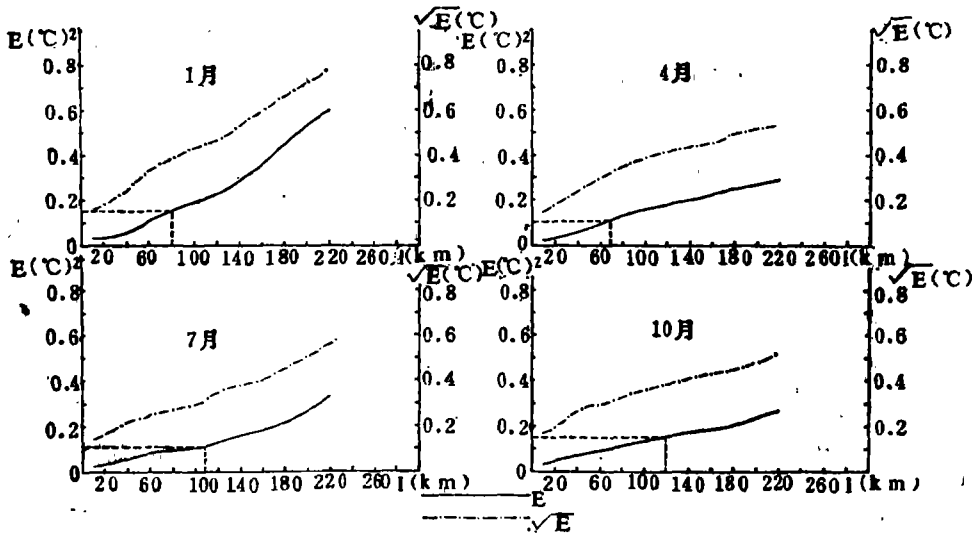


图 5 江淮平原气温场的内插标准误差(正三角形中心)与距离的关系

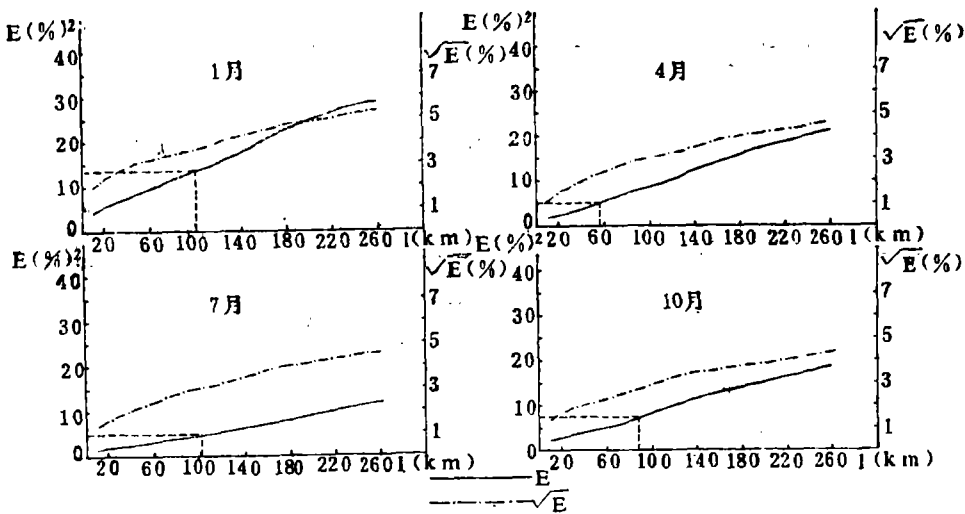


图 6 江淮平原相对湿度场的内插标准误差(正三角形中心)与距离的关系

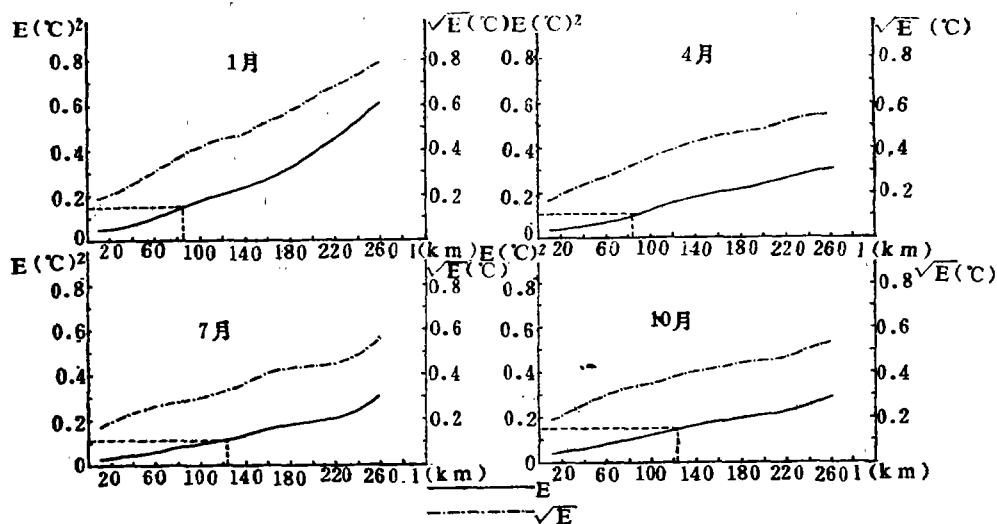


图 7 江淮平原气温场的内插标准误差(正方形中心)与距离的关系

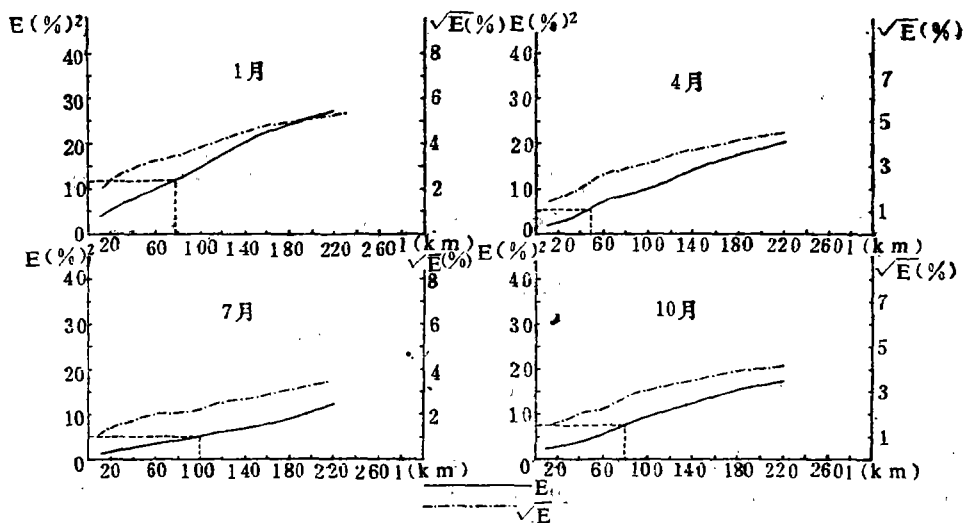


图 8 江淮平原相对湿度场的内插标准误差(正方形中心)与距离的关系

为便于应用实际观测资料进行计算,上式可变换成:

$$E = b'_r \left(\frac{l}{\sqrt{3}} \right) - \frac{1}{3} b'_r(l) - \frac{1}{2} b'_r(o) \quad (20)$$

如果台站按规则的正方形排列时,对边长为 l 的正方形中心进行内插的标准误差表达式及其变换公式分别为:

$$E = b_r \left(\frac{l}{\sqrt{2}} \right) - \frac{1}{4} b_r(l) - \frac{1}{8} b_r(l\sqrt{2}) + \frac{1}{4} \sigma^2 \quad (21)$$

和

$$E = b'_r \left(\frac{l}{\sqrt{2}} \right) - \frac{1}{4} b'_r(l) - \frac{1}{8} b'_r(l\sqrt{2}) - \frac{1}{2} b'_r(o) \quad (22)$$

类似于前面的方法,我们利用(20)、(22)式分别绘制了各月气温场和湿度场的 E 、 \sqrt{E} 与距离的关系曲线(见图 5—8),并由此得到 $E = \frac{3}{2}\sigma_i^2$ 时对应的 l 值(见表 2)。

从这些图表可以看出, 1) 在 30 或 40 km 以内,当台站以正方形规则排列时,其内插精度高于以正三角形规则排列时的内插精度; 2) 在 30 或 40 km 以外,当台站以正三角形规则排列时的内插精度高于正方形排列时的内插精度,且两者的差距随着距离的增大而扩大; 3) 在满足 $E \leq \frac{3}{2}\sigma_i^2$ 的前提下,台站的分布规则以正三角形为最好,此时对应的距离为 55 km。值得指出的是无论是正三角形排列还是正方形排列,平面内插的精度普遍高于线性内插的精度。

参 考 文 献

- [1] Drozdov, O. A., and A. A. Shepelevskij, The interpolation in a stochastic field of meteorological elements and its application to meteorological map and network rationalisation problems, *Trudy NIU GUGMS Series 1*, No.13, 1946.
- [2] Czelnai, R., F. Desi and F. Rakoczi, On the determination of the rational density of the temperature measuring network, *Idojaras 67*, 129—136, 1963.
- [3] Mooley, D. A., and P. M. Mohamed Ismail, Structure functions of rainfall field and their application to network design in the tropics, *Arch. Met. Geoph. Biokl., Ser. B*, 30, 95—105, 1982.
- [4] Gandin, L. S., The planning of meteorological station networks, *Tec. Note. III WMO 1970*.

THE PLANNING OF THE SECOND GROUP METEOROLOGICAL NETWORKS OVER JIANGHUAJ PLAIN

Yang xiahwei He sulan

(State Meteorological Administration)

Abstract

Based on data of daily air temperature and relative humidity from 1961 to 1980 over Jianghuai Plain, the structure functions of the two elements have been calculated, and from these the relationships between the error of linear interpolation and distance have been established.

According to the principle that the standard error of interpolation should not exceed the standard error of observation, the maximum admissible spacings between stations of the second group meteorological networks have been estimated over this area.

Finally, it has been found that replacing interpolation along a segment by interpolation in a plane will increase the accuracy of interpolation.