

# 湿大气中低涡暴雨系统发展东移的初步分析\*

阮水根 程新田\*\*

(湖北省襄阳地区气象台)

七十年代,谢义炳教授指出,湿大气动力学和干大气动力学特征有明显差异<sup>[1]</sup>。结合我们的天气实践,注意到经常造成鄂北强降水的西南低涡处于对流层低层,在这一层次内不仅流场辐合明显<sup>[2]</sup>,而且水汽丰沛,空气为强烈的对流性不稳定<sup>[3]</sup>,这些因子对低涡的生消移动必然有较大的影响。本文的目的是,引入水汽因子后,通过简化涡度方程在湿斜压大气中的应用,并考虑湿静力稳定度 $\sigma_m$ 既为 $P$ 的函数,也为 $x, y$ 的函数的同时,对低涡这类系统的垂直速度在水平方向上用贝塞尔函数表示和在铅直方向上用简单谐波函数表示的假定,求得低涡所在层 $\omega$ 和 $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$ 的近似解,并由此讨论对流层下部低涡暴雨系统发展东移的影响因子和预报方法。

## 1. 基本方程

饱和湿空气的绝热方程可写成

$$\frac{dT}{dt} - \frac{\alpha}{c_p} \frac{dp}{dt} + \frac{L}{c_p} \frac{dq}{dt} = 0 \quad q \gg q_s \quad (1)$$

其中 $q_s$ 为饱和比湿,其余符号同常用。上式的 $\frac{dq}{dt}$ 在文献[1]中设 $\frac{dq}{dt} \approx \omega \frac{\partial q}{\partial p}$ ,忽略了局地变化和平流项。近年的研究表明,对流层中下层有明显的比湿水平梯度,因此在只考虑大尺度凝结的条件下,水汽平流项和水汽垂直输送项量级相当<sup>[4]</sup>。故取

$$\frac{dq}{dt} \approx \mathbf{V}_h \cdot \nabla q + \omega \frac{\partial q}{\partial p} \quad (2)$$

气压的个别变化为

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V}_h \cdot \nabla p + W \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3)$$

其中 $W = \frac{dz}{dt}$ ,利用动能方程

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{V^2}{2} \right) = -\alpha \mathbf{V}_h \cdot \nabla p - \alpha W \frac{\partial p}{\partial z} - Wg \quad (4)$$

(3)式成为

$$-\frac{\alpha}{c_p} \frac{dp}{dt} = -\frac{\alpha}{c_p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{c_p} \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{V^2}{2} \right) + \frac{d}{dt} (gz) \right] \quad (5)$$

其中 $V^2 = u^2 + v^2 + w^2$ ,将(5)式代入(1)式,并展开各个别变化,应用(2)式,整理后得到

\* 本文于1984年4月21日收到,1985年6月14日收到最后修改稿。

\*\* 蔡定军同志参加了部分工作。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{c_p} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{V^2}{2} \right) - 2 \frac{\alpha}{c_p} \frac{\partial p}{\partial t} = -\mathbf{V}_k \cdot \nabla T_t - \omega \frac{\partial T_t}{\partial p} \quad (6)$$

式中  $T_t = T + \frac{1}{c_p} \left( gz + Lq + \frac{V^2}{2} \right)$  为总温度。显然(6)式左边三个时间导数项在通常条件下, 考虑到风速和气压的变化(尤其是夏季)引起的能量增减远小于温度的变化, 同时引进静力方程, 于是上式改成

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = -\frac{R}{p} (-\mathbf{V}_k \cdot \nabla T_t) - \sigma_m \omega \quad (7)$$

其中  $\sigma_m = -\frac{R}{p} \frac{\partial T_t}{\partial p}$  为湿静力稳定度。

应用地转涡度关系后的简化涡度方程为

$$\frac{1}{f} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi = -\mathbf{V}_k \cdot \nabla (\zeta + f) + f \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (8)$$

注意到湿大气中  $\sigma_m$  的水平变化及低涡为潮湿的上升运动大值中心则

$$\nabla^2 (\sigma_m \omega) = \omega \nabla^2 \sigma_m + \sigma_m \nabla^2 \omega \quad (9)$$

合并(7)、(8)式, 消去时间微商项, 有

$$f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} + \omega \nabla^2 \sigma_m + \sigma_m \nabla^2 \omega = f \frac{\partial}{\partial p} \mathbf{V}_k \cdot \nabla (\zeta + f) + \nabla^2 \left( \frac{R}{p} \mathbf{V}_k \cdot \nabla T_t \right) \quad (10)$$

按文献[5], 对低涡系统其水平分布用贝塞尔函数和铅直分布用常见的正弦函数表示, 即设  $\omega$  的形式解为

$$\omega = \omega(p) \omega(x, y) = \omega^* \sin \frac{\pi}{p} p J_0 \left( \frac{l}{L} \right) \quad (11)$$

因此有

$$\sigma_m \nabla^2 \omega = -\sigma_m \frac{\omega}{L^2}, \quad f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = -\left( \frac{f}{\bar{p}} \right)^2 \omega \quad (11')$$

上两式中  $\omega^*$  为振幅,  $\bar{p} = \frac{p_s}{\pi}$  为垂直尺度特征值,  $p_s$  为下边界(即 prandtl)层顶,  $l = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$  为离原点

距离,  $L$  为水平尺度特征值,  $J_0 \left( \frac{l}{L} \right)$  为  $\frac{l}{L}$  的零阶 Bessel 函数。将(11')式代入(10)式得:

$$\omega = -\frac{\frac{\bar{p}^2}{f} \frac{\partial}{\partial p} [\mathbf{V}_k \cdot \nabla (\zeta + f)] + \frac{\bar{p}^2}{p} \frac{R}{f^2} \nabla^2 [\mathbf{V}_k \cdot \nabla T_t]}{\left( \frac{\bar{p}}{f} \right)^2 \left( \frac{\sigma_m}{L^2} - \nabla^2 \sigma_m \right) + 1} \quad (12)$$

应用(12)式, 简化涡度方程(8)成为

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = A_t - \left\{ \left[ -\bar{p}^2 \frac{\partial^2 A_t}{\partial p^2} - \bar{p} \frac{\partial \nabla^2 A_r}{\partial p} \right] / (s_m + 1) \right\} + \frac{\bar{p} \frac{\partial s_m}{\partial p}}{(s_m + 1)^2} \left[ -\bar{p} \frac{\partial A_t}{\partial p} - \nabla^2 A_r \right] \quad (13)$$

式中  $s_m = \frac{\bar{p}^2}{f^2} \left( \frac{\sigma_m}{L^2} - \nabla^2 \sigma_m \right)$ ,  $A_t = -\mathbf{V}_k \cdot \nabla (\zeta + f)$ ,  $A_r = \frac{\bar{p} R}{p f} (-\mathbf{V}_k \cdot \nabla T_t)$ 。显然, 上两式的物理意义是十分明确的, 在考虑湿斜压性后涡度局地变化主要取决于同湿静力稳定度、涡度平流和能量平流有关的诸因子, 也就是说低层涡度倾向(i)正比于  $s_m$  随高度的变化, 反比于  $s_m$  及其平方值。显见, 湿静力稳定度愈小,  $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$  愈大, 当大气为静力不稳定时则有正涡度增长, 且在  $\left[ -\bar{p} \frac{\partial A_t}{\partial p} - \nabla^2 A_r \right] > 0$  条件下, 当不

<sup>1)</sup> 按推导应是饱和总温度  $T_t$ ,  $T_t = T + \frac{1}{c_p} \left( gz + Lq_s + \frac{V^2}{2} \right)$ , 因湿大气中(如低层低涡区)  $T_s$  与  $T_t$  接近, 故取  $T_t$ 。

稳定向下传递时  $\frac{\partial \sigma_m}{\partial p} > 0$  及  $\nabla^2 \frac{\partial \sigma_m}{\partial p} < 0$ , 则  $\frac{\partial s_m}{\partial p} > 0$ , 有  $\frac{\partial \xi}{\partial t} > 0$ 。(ii) 正比于能量平流及微差能量平流的拉普拉斯值。在  $\frac{\partial s_m}{\partial p} > 0$  的条件下, 当低涡所在层有正能量平流  $A_r > 0$ ,  $\nabla^2 A_r < 0$ , 有  $\frac{\partial \xi}{\partial t} > 0$ ; 且在  $(s_m + 1) > 0$  的条件下, 当低层正能量平流大于其上方能量平流时,  $\frac{\partial}{\partial p} \nabla^2 A_r < 0$ , 也有  $\frac{\partial \xi}{\partial t} > 0$ 。(iii) 正比于涡度平流, 微差涡度平流及涡度平流对  $p$  的二次微商值。当低涡所在层有正涡度平流  $A_c > 0$  且当  $\frac{\partial s_m}{\partial p} > 0$  时, 正涡度平流随高度增加  $\frac{\partial A_c}{\partial p} < 0$ , 及当  $(s_m + 1) > 0$  时,  $\frac{\partial^2 A_c}{\partial p^2} < 0$ , 则  $\frac{\partial \xi}{\partial t} > 0$ 。

以上, 讨论了系统的发展。对移动问题, 为了方便, 我们采用文献[6]的处理。设低涡位势场呈圆形并用自然坐标, 又根据移动坐标和固定坐标的关系,  $\frac{\delta}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} + c \nabla$ ,  $c$  为系统在自然坐标中  $s$  方向的移速。因低涡中心位势最低, 则  $\nabla H = 0$ ,  $\frac{\delta}{\delta t} \nabla H = 0$ , 所以涡心移速为

$$C = -\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial H_0}{\partial t} \right) / \frac{\partial^2 H_0}{\partial s^2} \quad (14)$$

这里  $H_0$  为低涡中心的位势值。利用地转近似, 并考虑到某一点高度局地变化比平均高度场局地变化大得多<sup>[9]</sup>, 将(13)式代入(14)式, 得到

$$C = \frac{fd^2}{4 \frac{\partial^2 H_0}{\partial s^2}} \left\{ \frac{\partial A_c}{\partial s} + \bar{p}^2 \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\partial^2 A_c}{\partial p^2} / (s_m + 1) \right] + \bar{p} \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\partial}{\partial p} (\nabla^2 A_r) / (s_m + 1) \right] - \bar{p}^2 \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\partial A_c}{\partial p} \frac{\partial s_m}{\partial p} / (s_m + 1)^2 \right] - \bar{p} \frac{\partial}{\partial s} \left[ \nabla^2 A_r \frac{\partial s_m}{\partial p} / (s_m + 1)^2 \right] \right\} \quad (15)$$

式中  $d$  为计算网格格距。由于  $\frac{\partial^2 H_0}{\partial s^2}$  在涡心恒大于零, 因此由(15)式看到系统移动为括号中的五个因子所决定, 即低涡向系统所在层及其上部的正涡度平流增大区, 所在层及其下部的正能量平流的极值区和低层位势不稳定中心移动。

## 2. 计算和分析

### 1) 一次实例

我们曾选了 1983 年梅雨期一次低涡大暴雨过程, 对(13)式作了两个时段的实例计算(见表 1)。表中因采用华中区域暴雨试验的统一资料, 只给出了五项的值, 各计算值是 12 小时内涡心移动路径上 7 个格点的均值, 格距为 150 km。由表可见, ① 涡度平流项及与能量平流有关的两项对涡度局地变化都有明显影响; ② 微差涡度平流比其他项小一个量级; ③ 能量平流拉普拉斯对  $p$  的微商项平均值达  $7.5 \times 10^{-16} s^{-2}$ , 对涡度增长贡献较大。

### 2) 定性应用

为了定性应用上节结果, 又根据斜压扰动和能量天气学理论: a. 对流层中上层的正负涡度平流区与 24 小时负正变高区相对应<sup>[7]</sup>; b. 低涡区低层位势不稳定使穿透对流、潜热释放加强, 造成 500~300 hPa 有暖湿中心<sup>[8]</sup>; c. 能量局地变化与能量平流关系密切<sup>[9]</sup>。据此, 我们用 700, 500 hPa 的 24 小时变高  $\Delta H_{24}$  表示所在层和中层的涡度平流, 用 700 hPa 24 小时变能  $\Delta T_{24}$  中心表示与能量平流拉普拉斯有关的项和用  $T_{700} - T_{500}$ , 500 hPa  $T'_1$  及  $\Delta T_{24}$  中心值综合表示低层位势不稳定及其空间变化, 作了 6 次低涡过程的平均场分析和两例疑难移动路径分析。图 1—5 是造成鄂北暴雨的 6 次低涡过程的合成能量、变能、变高、位势稳定度和流场图。由图可见, 低涡 12 小时后到达河南中部, 低涡移向的前部正是高能舌下风方的能量激增区, 饱和能差小值区、负变高区和低层位势稳定度的最大负值中心。

表 1 影响低涡涡度变化的各因子计算值

(单位:  $s^{-2}$ )

因子 时段	$\frac{\partial \xi}{\partial t}$	$-V_7 \nabla(\xi + f)$	$\bar{p} \frac{\partial \nabla^2 A_T}{\partial p} / S_m + 1$	$-\frac{\bar{p}^2 \frac{\partial S_m}{\partial p}}{(S_m + 1)^2} \frac{\partial A_c}{\partial p}$	$-\frac{\bar{p} \frac{\partial S_m}{\partial p}}{(S_m + 1)^2} \nabla^2 A_T$
83.6.28 0.8 h ~ 20 h	$1.6 \times 10^{-10}$	$0.1 \times 10^{-10}$	$4.3 \times 10^{-10}$	$0.2 \times 10^{-10}$	$0.2 \times 10^{-10}$
83.7.1 0.8 h ~ 20 h	$4.6 \times 10^{-10}$	$9.4 \times 10^{-10}$	$10.6 \times 10^{-10}$	$0.7 \times 10^{-10}$	$2.0 \times 10^{-10}$
平均值	$3.1 \times 10^{-10}$	$4.7 \times 10^{-10}$	$7.5 \times 10^{-10}$	$0.5 \times 10^{-10}$	$1.1 \times 10^{-10}$

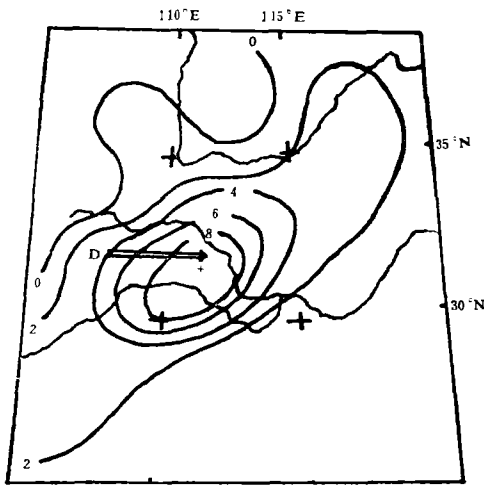


图 1 700 hPa 平均变气场

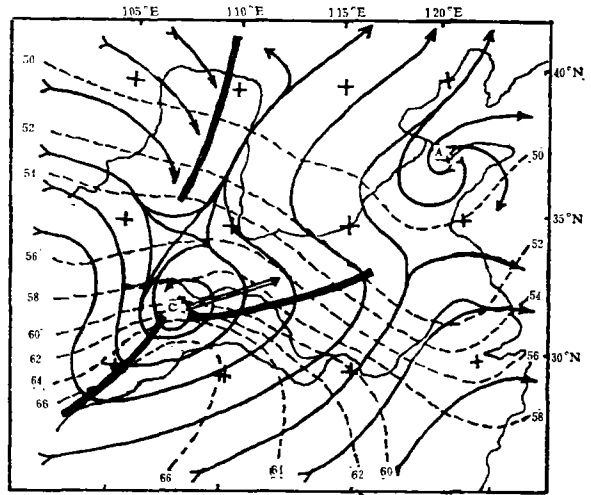


图 2 六次低涡过程的流场和能量场合成

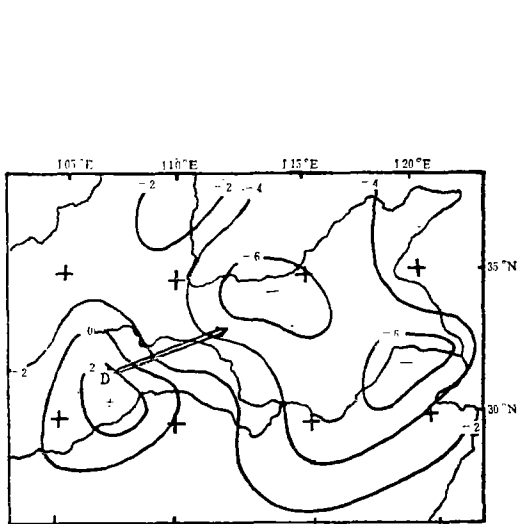


图 3 对流性稳定度平均场

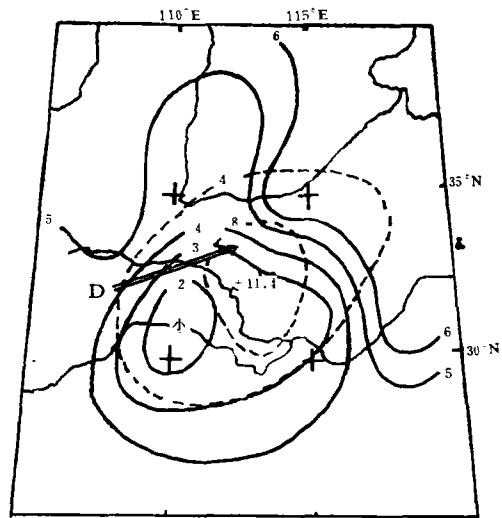


图 4 六次低涡过程 500 hPa  $T'$  和  $\Delta T_{114}$  平均

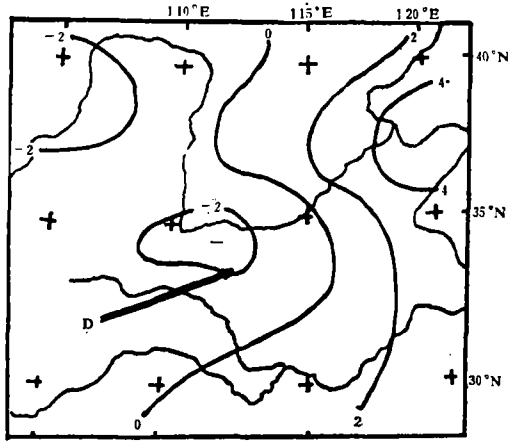


图 5 500 hPa 平均变高图

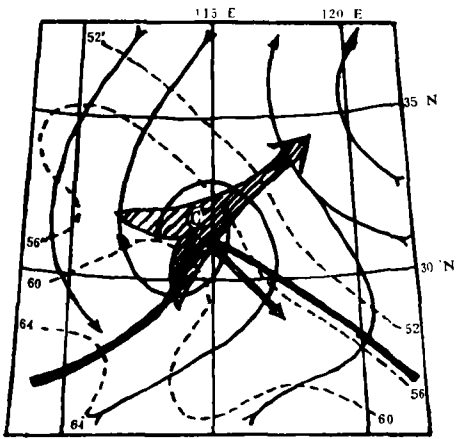


图 6a 1974年5月28日08时  
700 hPa 能量和流场图

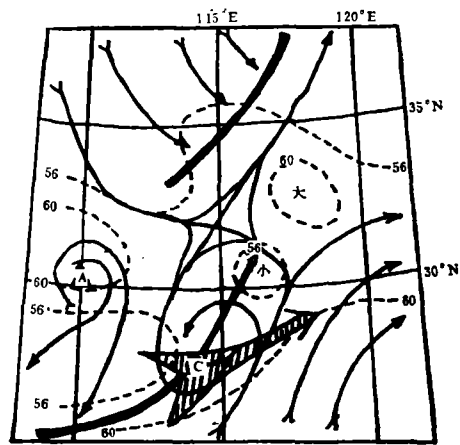


图 6b 1974年7月17日08时700 hPa  
能量和流场图

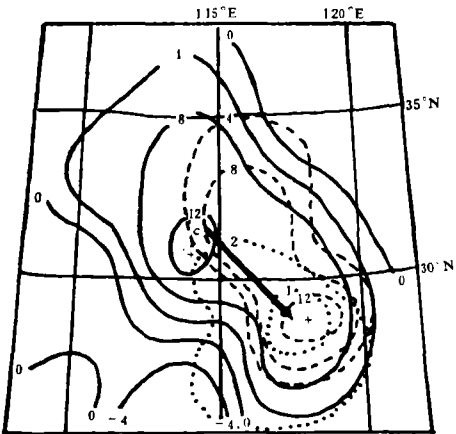


图 7a 1974年5月28日08时能量场

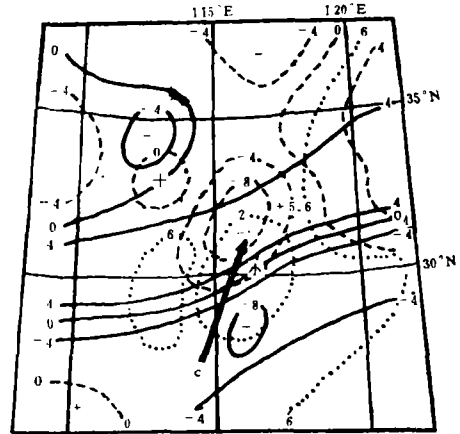


图 7b 1974年7月17日08时能量场和稳定度

## 3) 疑难路径

1974年5月28日08时,700 hPa 川东北有一低涡,按引导气流将向东偏北方向移动,但实际上,低涡突然东南下,12小时后到达汉口北。1974年7月17日08时,700 hPa 上长沙东南的低涡应沿WSW气流方向移动,但低涡以后出乎意料地北跃到安庆西北。在这两次过程中切变线与实际移向也有偏差。对这两次低涡突然折向移动已有人从要素场的等值线形态作过有意义的讨论<sup>[10]</sup>。我们通过定性应用(15)式,分析能量场和流场发现(图6-7),低涡未来移向500 hPa  $T'_2$ 的小值区、对流不稳定极大值区和500,700 hPa 增能中心。更有意义的是7月17日08时的低涡12小时后所到达的位置恰是初始场潜在不稳定的极值区。(图7b)

## 3. 移动路径预报

结合前两节的讨论结果,我们试用“多要素向量合成平均”作低涡移动预报。其方法是,先选取与低涡发展移动有关的五种物理量场(700 hPa  $\Delta T_{1,24}$ ,500 hPa  $T'_1$ 、 $\Delta T_{1,24}$ 、 $\Delta H_{24}$ 、 $T_{1,700}-T_{1,850}$ );再在每一物理量场上确定各向量,即将低涡中心作起点,下游(1,4象限)各要素场的中心值所在处作终点,作出各物理量的向量,最后把五个向量作矢量和,再求平均,得到低涡移向移速的计算值(图8)。

由表2可见,移向计算值与实际移向较一致,平均向差 $6^\circ$ ,最大向差不超过 $11^\circ$ ,同切变线走向及500 hPa 引导气流相比,预报能力有显著提高。对上节提到的两次疑难移动路径,用“向量合成平均”也能较成功地报出低涡的折向移动。由表2还可见,各例移速计算值与物理量大小成正比,且与实况比较拟合尚好。

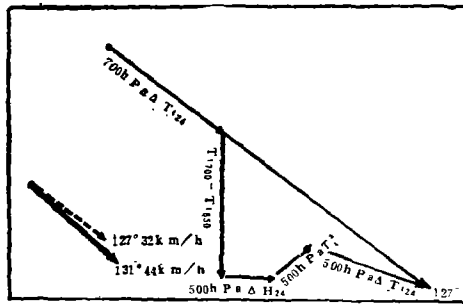


图8 1974年5月28日08时五向量合成  
(---计算值——实况值)

表2 (单位:  $(^\circ)$ , km/h)

项目 过程 日期	移 向			切 变		500hPa 引导气流		移 速		
	计算	实况	向差	指向	向差	方向	向差	计算	实况	速差
79.6.23	60	53	7	78	25	60	7	37	53	-16
69.7.11	82	81	1	74	7	160	79	38	37	1
71.6.24	79	68	11	80	12	20	48	22	38	-16
79.6.18	74	66	8	100	34	35	31	40	40	0
80.6.23	75	71	4	80	9	70	1	32	27	5
74.5.27	81	79	2	112	33	130	51	38	32	6
74.5.28	127	131	4	131	0	70	61	27	37	-10
74.7.17	30	22	8	45	23	40	18	40	40	0
平均	76	71	6	88	18	73	37	34	38	-4

## 4. 结 论

综上所述,可以归纳以下几点认识:

1) (12)~(15)式表明,对低涡的发展移动分析必须考虑湿斜压性。本文概略给出其作用,正如谢义炳教授提出热带系统移动<sup>[11]</sup>问题一样,副热带湿润地区低涡的发展移动与能量传播有关。

2) 有利的动力与能量因子分布区可以清晰地反映低涡中心未来12小时的移向,它们的关系由(15)式表示。

3) 实例计算和分析都表明,用能量等因子作“多要素向量合成平均”既能直接指示低涡的发展移动路径,又能较好地判断其移速,对低涡的疑难路径也有颇高的预报能力。

## 参 考 文 献

- [1] 谢义炳, 湿斜压大气的动力学问题, 暴雨文集, 1—15, 吉林人民出版社, 1980。  
[2] 孙淑清等, 长江中游低涡的发生发展及其与暴雨的关系, 长江流域暴雨文集, 125—133, 气象出版社, 1982年3月。  
[3] 阮水根, 我区暴雨的不稳定能量分析, 《科技成果汇编三》, 46—48, 湖北省气科所, 1980年3月。  
[4] 吴正华等, 500 mb 湿位势倾向诊断分析和应用, 气象学报, 41卷, 2期, 129—137, 1983。  
[5] 胡伯威, 副热带天气尺度系统短期演变的泛淮地转机理, 大气科学, 6卷, 4期, 422—431, 1982。  
[6] 阮均石, 热力因子对台风移动的影响, 气象教育与科技, 南气院2期, 20—25, 1982。  
[7] 杨大升等, 动力气象学, 第十二章, 211—219, 气象出版社, 1980。  
[8] 包澄澜等, 暴雨的分析和预报, 125—126, 农业出版社, 1981。  
[9] 雷雨顺, 能量天气学概述, 98—101, 湖北省气科所, 1978。  
[10] 杨金锦等, 初夏西南低涡研究, 气象科技研究报告, 5—7, 安徽省气科所, 1977年11月。

## A PRELIMINARY STUDY OF THE DEVELOPING PROCESS OF THE VORTEX-TYPE HEAVY RAIN WEATHER SYSTEM IN THE MOIST ATMOSPHERE

Ruan Shuigen Cheng Xintian

(Xiang Yang Meteorological Observatory, Hubei Province)

### Abstract

In this paper, the simplified vorticity equation is applied to moist baroclinic atmosphere. Considering the horizontal variation of the wet static stability and assuming a sine wave variation of vertical velocity with height, solutions of vertical velocity and vorticity tendency are obtained. Using this vorticity tendency equation, the dominant factors and the forecasting of the developing and east-moving lower troposphere vortex bringing heavy rainfall are discussed.