

大尺度大气运动的浑沌形态*

罗哲贤 马镜娴

(甘肃省气象研究所)

提 要

本文用一个确定的强迫耗散的八维非线性自治系统描述大尺度斜压大气的运动。在一定的热力强迫范围,流型演变显示出浑沌形态。随着热力强迫的渐变,发生了浑沌形态与周期形态之间的多次转换。在浑沌区内又清楚地显示出周期 3 和周期 6 的窗口。

流型演变的周期形态,相应于夏半年对流层上层副热带高压中心沿东西方向的周期的低频振荡。转为浑沌形态后,这种规则性的低频振荡即遭到破坏。这个副热带高压周期性东西振荡的建立与破坏的现象,与实际大气的观测事实十分相似。

一、引 言

实际大气的流型演变,一般具有规则变化与非规则变化相间出现的观测特征。例如,夏季对流层上层副热带高压沿东西方向的周期振荡时而清楚,时而又明显,形成了周期振荡的持续与破坏交替出现的运动形态。鉴于这种运动形态所涉及的非周期流难以用解析形式来描述,因此,对这种运动形态的机理,至今仍缺乏足够的认识。

本文对一个描述准地转斜压气流的八维低谱模式实施仔细的数值研究,发现大尺度大气运动的非规则形态(浑沌形态),以及非规则形态与规则形态之间的相互转换,是一个普遍现象。这种相互转换具有清晰的天气学的含意,它们与对流层上层副热带高压周期振荡的持续与破坏交替出现的观测事实十分相似。

本文所用模式与文献[1]相同。从强迫耗散的准地转二层模式出发,令 $\psi_1 \equiv \psi + \theta$, $\psi_3 \equiv \psi - \theta$, $(\psi_1 - \psi_3)^* = 2\theta^*$,再令 $(\psi, \theta, \theta^*) = \sum_{i=A, X, C, N} (\psi_i, \theta_i, \theta_i^*) F_i$,将此式代入二层模式方程组,整理后即得低谱展模式。这里, ψ_1, ψ_3 分别为 250, 750 hPa 上的地转流函数, $(\psi_1 - \psi_3)^*$ 为给定的加热强迫。注意到 $F_A = \sqrt{2} \cos y$, $F_X = 2 \cos Nx \sin y$, $F_C = \sqrt{2} \cos 2y$, $F_N = 2 \sin Nx \sin 2y$, N 为 β 平面内 x 方向的波数,所以, θ^* 描述了 y 方向二波的热力强迫值;该强迫值包含了南北方向海陆热力强迫作用^[2]。 ψ_N, θ_N 分别为“平均”流函数 ψ 和“厚度”流函数 θ 在 N 方向的谱分量。它们的符号和取值直接影响到副热带高压的

* 本文于 1985 年 4 月 15 日收到, 1985 年 6 月 24 日收到修改稿。

位置和强度。类似地, $\psi_K, \theta_K, \psi_C, \theta_C$ 分别为 ψ, θ 场在 K, C 方向的谱分量。

本文所有计算的积分时间均在 2500 个模式日以上。结果表明, 随着 $|\theta_c^*|$ 的逐渐加大(意味着由春至盛夏的过渡), 大尺度大气运动的形态显示出多样性特征。

二、大尺度大气运动形态的多样性特征

不计暂态过程, 按计算结果可将运动形态划为两类。一是逼近平衡态, 并在平衡态维持定常的运动。一是维持瞬变态的运动。这两类形态容易直接辨认出来。为了将瞬变态进一步划分, 制作了相应的 Poincare 截面图。令 $X = \psi_N + \theta_N, W = \psi_K + \theta_K, Z = \psi_C + \theta_C$, X, W, Z 与 $(\psi_A + \theta_A)$ 的取值, 决定了 250 hPa 的流场特征。取 $Z = Z_0$ 为截面, 并限定 Z 由大至小穿过 Z_0 的交点为截面交点。若 XWZ 相空间的轨迹每次都从同一交点处穿过截面, 则称之为周期 1 的运动。类似地, 若依次从 k 个交点处穿过截面并规则地循环进行, 则称之为周期 k 的运动。 $-0.025 \geq \theta_c^* \geq -0.095$ 时, 流型演变的形态如图 1 所示。

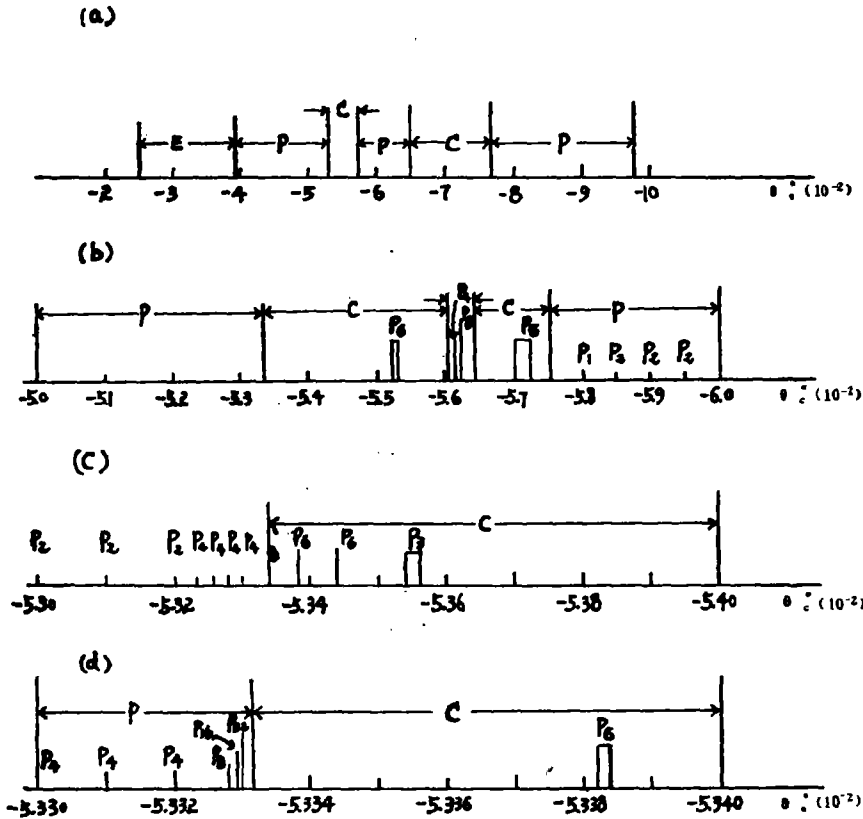


图 1 运动形态随 θ_c^* 的变化

(E, P, C 分别表示平衡态、周期态与混沌态。P_k 表示 Poincaré 截面上周期 k 的形态)

由图 1 可见, 随着 θ_c^* 的渐变, 流型演变粗略地经历了平衡态 → 周期态 → 混沌态 → 混沌态 → 周期态的过程(图 1 a)。必须说明, 图 1 a 的区间划分是根据较大参数间

隔的计算结果得到的,只是一种近似划分。随着参数间隔的减小,图 1 a 的区间划分会逐渐精确。为了认识参数空间的细致结构,对图 1 a 的几个区间实施逐级加密计算。图 1 b—1 d 给出了相应于区间 $-0.05 \geq \theta_c^* \geq -0.06$ 的结果。由于加密计算,发现在图 1 a 上位于 -0.05 与 -0.06 之间的混沌区,并不都是混沌态,又可划分为混沌区 \rightarrow 周期区 \rightarrow 混沌区;在这两个混沌区内,均出现了周期 6 的窗口。在周期区内,出现了周期 4 向周期 8 的倍分叉以及周期 1 向周期 2 的倍分叉(图 1 b)。对图 1 b 上 $-0.053 \geq \theta_c^* \geq -0.054$ 的区间加密计算,在图 1 b 上位于 $-0.05334 \geq \theta_c^* \geq -0.054$ 的混沌区内,又显示出周期 3 的窗口,而在图 1 b 上位于 $-0.053 \geq \theta_c^* \geq -0.05330$ 的周期区内,出现了周期 2 \rightarrow 周期 4 的倍周期分叉现象(图 1 c)。对图 1 c 上 $-0.0533 \geq \theta_c^* \geq -0.0534$ 区间继续加密计算,显示出直至周期 32 的倍周期分叉,以及混沌区内清楚的周期 6 窗口(图 1 d)。

上述计算结果说明:依赖于热力强迫的强度,流型演变或为平衡态,或为周期态,或为混沌态;周期态的运动可经倍周期分叉的途径进入混沌态,而在混沌区内,又可以出现周期态的窗口。这样,就形成周期态与混沌态之间多次相互转换的复杂局面。据此,我们认为,流型演变的混沌态及其与周期态的相互转换,是一个普遍的现象。

对每组低谱展式的数值积分而言, XWZ 相空间的轨迹穿过 Z_0 截面的交点坐标 $(X, W)_i$ ($i=1, 2, 3, \dots$) 构成了一个二维的离散型时间序列。注意到 $X = \psi_N + \theta_N$ 的取值与副热带高压中心东西向的位置关系密切,我们设截面交点 Q 的坐标 X_i 构成的时间序列为 $\{X_i\}$, 对 $\{X_i\}$ 定义一维映射

$$Y_n \equiv X_{n+1} = F(X_n) \quad (1)$$

无论是周期区内的周期态,还是混沌区内的周期窗口,相应的一维映射均为孤立的点(图 2)。在图 2 a 上,当 $X_i = X_{n1}$ 时,通过(1)式将 X_{n1} 映射到 Y_{n1} , 由于 $X_{n2} = Y_{n1}$, 通过(1)式又将 X_{n2} 映

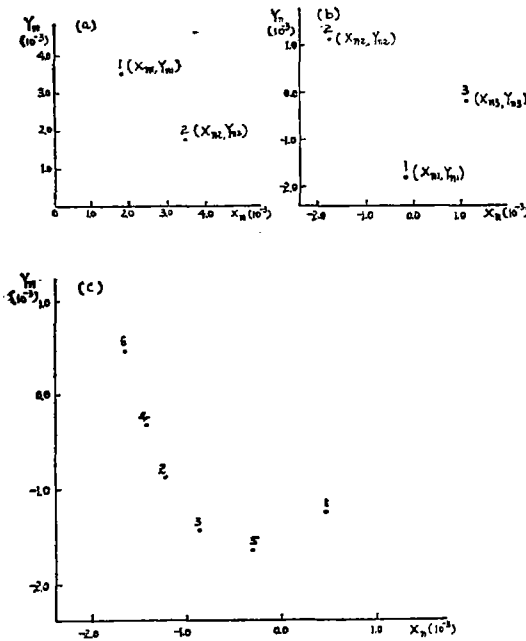


图 2 周期态一维映射

a: 周期 2, $\theta_c^* = -0.052$; b: 周期 3, $\theta_c^* = -0.05354$;
c: 周期 6, $\theta_c^* = -0.053384$

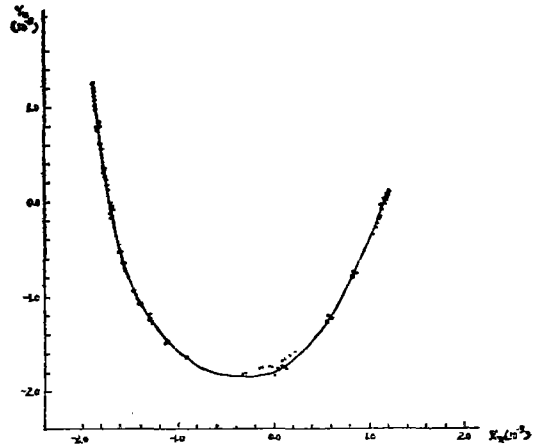


图 3 混沌态一维映射, $\theta_c^* = -0.05358$

射到 Y_{n2} , 而 $Y_{n2} = X_{n1}$, 这样就完成了一个循环。接着直至积分到二万步以上, 始终维持这个周期性的形态。同样, 在图 2 b 上, 当 $X_i = X_{n1}$ 时, (1) 式将 X_{n1} 映射到 Y_{n1} , 因 $X_{n2} = Y_{n1}$, (1) 式将 X_{n2} 映射到 Y_{n2} , 由于 $X_{n3} = Y_{n2}$, (1) 式将 X_{n3} 映射到 Y_{n3} 而 $Y_{n3} = X_{n1}$, 也完成了一个循环, 随后总是按此顺序循环下去, 显示出规律性的运动。图 2 c 描述的是周期 6 的运动, 具有类似的规律性的形态。

在混沌区, 相应的一维映射具有完全不同的性质 (图 3—4)。 $\theta_c^* = -0.05358$ 时, 相应的点是散布的 (图 3, 其上计 185 个散布的点)。这些散布的点构成了一个近似转换函数 $F(X_n)$ 。用 $F(X_n)$ 可计算李雅普诺夫特征指数:

$$\lambda = \frac{1}{185} \sum_{i=1}^{185} \ln \left| \frac{dF}{dX_n} \right|_i$$

结果 $\lambda = 0.5485$ 。如所知, 无限接近的两点距离平均以 $e^{\lambda n}$ 的方式增加, 即指数式的分离。因此, $\lambda > 0$ 是混沌怪引子中“奇怪”的象征¹⁾, 而且是混沌的独有特征。这里的计算公式取自文献 [3]。

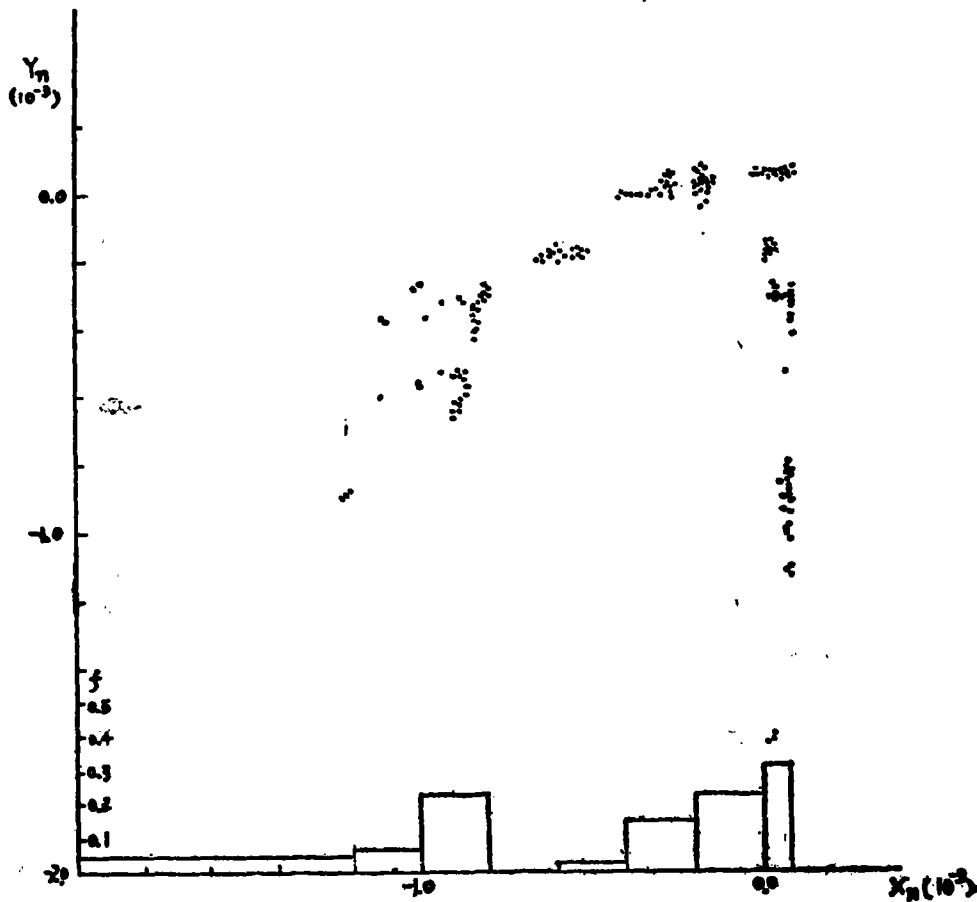


图 4 混沌态一维映射及转移频率, $\theta_c^* = -0.07475$

¹⁾ 刘式达, 非线性动力学和混沌。

$\theta_c^* = -0.07475$ 时, 相应的点的分布更加散布(图4, 图上计 327 个点), 说明流型的演变也不规则。图4下方列出了转移频数的直方图, 纵坐标为频率。图4上, $X_n \in [0.0, 0.08 \times 10^{-3}]$ 的点计 150 个, 占总点数的 45.8%。经一步转移, $Y_n \equiv X_{n+1}$ 的值散布在区间 $(-2.0 - 0.08) \times 10^{-3}$ 之上, 如落在区间 $[-1.0 \times 10^{-3}, -0.08 \times 10^{-3}]$ 的频率为 23%, 落在区间 $[-0.2 \times 10^{-3}, 0.0]$ 的频率为 23.8% 等。说明: 在时刻 t 位于区间 $[0.0, 0.08 \times 10^{-3}]$ 的点, 经(1)式映射后, 在时刻 $t+1$ 的取值具有明显的不确定性, 这是非周期流的一个特征。

在周期区状态转换的规则性以及混沌区状态转换的不确定性, 其天气学的含意是清楚的, 它们反映了夏半年副热带高压中心位置东西振荡的周期性的建立及其破坏。

三、副热带高压中心位置沿东西方向周期性振荡的建立及其破坏

与图 2a(周期 2), 图 2b(周期 3) 和图 4(混沌态) 相应, 图 5a—c 给出了谱系数 $\psi_N + \theta_N$ 随时间的演变曲线。显然, 周期态相应的 $\psi_N + \theta_N$ 的演变是规则的(图 5a—b); 混沌态相应

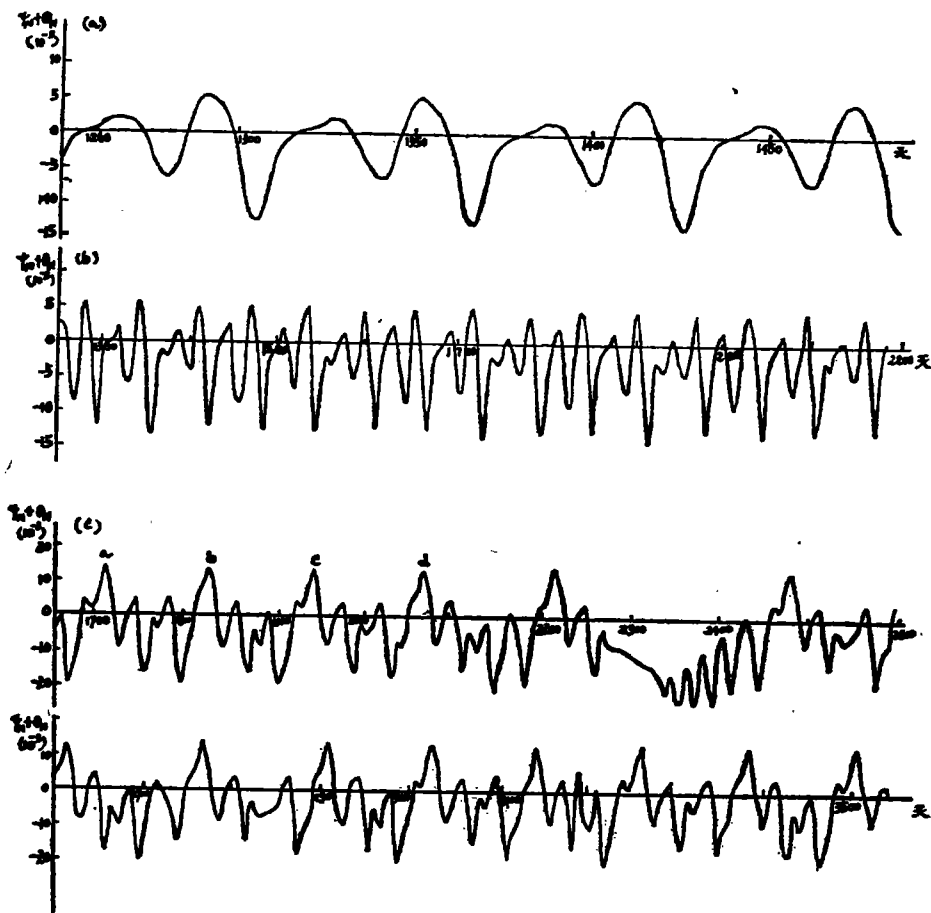


图 5 $\psi_N + \theta_N$ 随时间的演变
(a: 周期 2, $\theta_c^* = -0.0520$; b: 周期 3, $\theta_c^* = -0.05354$; c: 混沌, $\theta_c^* = -0.07475$)

的演变是不规则的(图 5c)。

令 $\psi_A + \theta_A = 0.06$, 计算与图5相应的逐日的对流层上层的流函数场。结果在副热带区域均形成闭合的高压单体。将高压中心的经度位置点在图上, 即可分析副热带高压中心位置沿东西方向的变动。结果(图 6a-c), 对周期2的运动形态(图6a)而言, $T=0$ 时(记第 1255 个模式日为 $T=0$), 高压中心位于 $x = \pi$ 。可假设 $0 < x \leq \frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4} < x \leq \pi$ 为模式“大陆”, 在大陆上空 4~5 天后, 移动到 $\frac{\pi}{4} < x \leq \frac{3\pi}{4}$ 的模式“海洋”上空。在第 20 天, 又回到大陆上空, 然后在大陆上空 13~14 天, 移动到海洋上空停留一段再到大陆上空。它们的振荡周期为 22 天和 36 天左右。接着开始下一个周期 2 的循环。

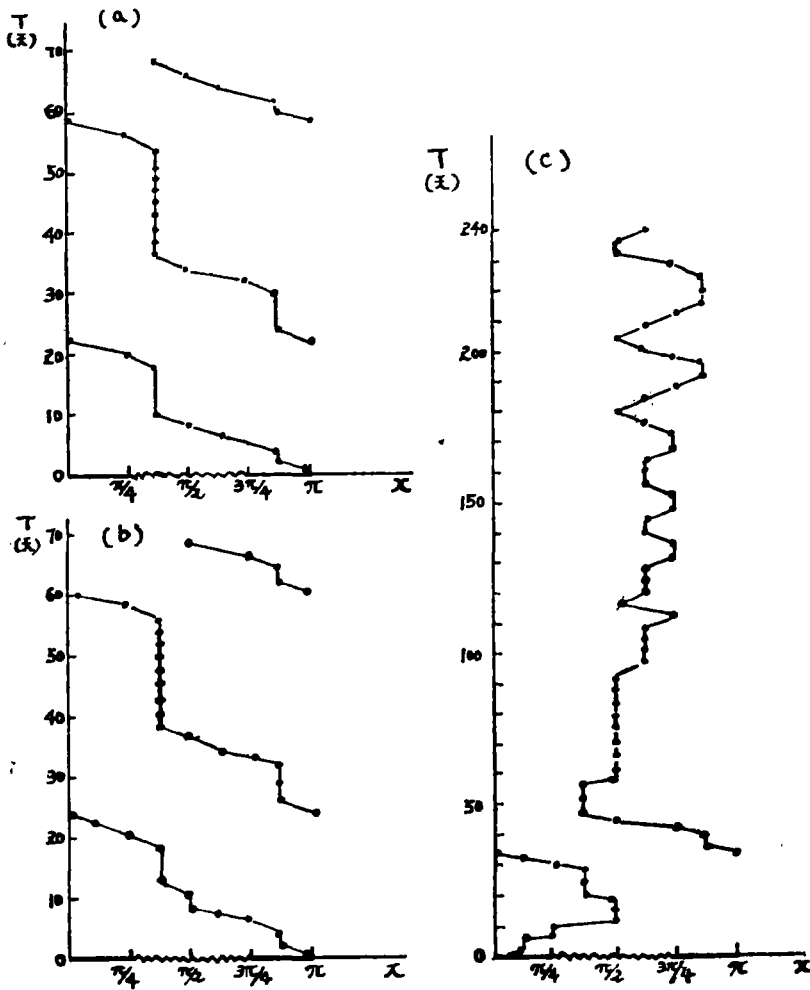


图 6 250hPa副热带高压中心位置沿东西方向随时间演变

(a: 周期2, $\theta_0^* = -0.0520$; b: 周期3, $\theta_0^* = -0.05354$; c: 浑沌, $\theta_0^* = -0.07475$, 粗线和波纹线分别代表“陆地”和“海洋”)

值得注意的是, 尽管周期 3 位于浑沌区, 但相应于周期 3 的振荡形态和振荡周期(图

6b, 记第 1255 个模式日为 $T=0$), 与周期 2 的情形十分相似。

相应于混沌态的副热带高压中心位置的演变(图 6 c, 记第 2240 个模式日为 $T=0$) 与周期态的情形截然不同。我们看不到规则的东西振荡。因此, 随着 θ_c^* 的渐变, 可以引起副热带高压中心位置沿东西方向周期性振荡的建立及其破坏。

四、结果与讨论

确定的系统可以产生非周期流这个著名观点, 可以为非规则的运动形态的形成机制提供一种理论解释, 它具有广泛的多学科的影响。尽管这个观点是气象学家 Lorenz^[4] 在六十年代初首先提出来的, 同时气象科学领域内又存在着大量的非规则的运动形态, 然而, 近二十多年来, 以此观点来分析各种各样非规则大气运动的研究为数不多, 特别在行星尺度地球大气运动的框架之内。本文是这方面工作的一个尝试。结果在一个描述斜压准地转气流的八维低谱模式中, 随着热力强迫参数的逐渐变化, 流型演变显示出混沌态以及混沌态与周期态之间的多次相互转换。据此, 可以部分地解释夏半年对流层上层副热带高压中心位置沿东西方向周期性振荡的建立及其破坏。

平衡态、周期态和混沌态是模式大气流型演变的三种基本运动形态, 它们分别对应于副热带旱涝流型的持续、规则的东西向低频振荡及不规则的流型瞬变。当热力强迫参数超过某个临界值时, 会发生平衡态向周期态的转换。周期态可以通过倍周期分叉进入混沌态, 混沌区内又可以显示出周期态。这两种周期态均具有二十多天至三十多天的低频振荡周期。由此推断, 实际大气中副热带高压沿东西向的低频周期振动, 似乎可以区分为两类。它们相应于参数空间的不同位置。一个与周期区对应, 另一个与混沌区的周期窗口相对应。一般而言, 前者的周期性可能比较稳定些。鉴于平衡态、周期态、混沌态的相互转换与热力强迫参数的变化密切相连, 因此, 考虑副热带流型中长期变化时, 似乎应十分注意非绝热加热场的变动。

混沌态是行星尺度大气运动的一种带有普遍性的形态。这种运动形态虽然同平衡态、周期态一样, 也受着确定的模式物理定律的约束, 但是, 它的演变过程确实具有固有的内在随机性。以图 5c 为例, 在 1700—2050 个模式日的范围, $\psi_N + \theta_N$ 的峰值 a, b, c, d 之间的间隔几乎相等。依据状态的历史演变, 我们无论如何预料不到, 在 2250—2450 模式日范围, 将会出现如图上那样不规则的演变形式。若继续往下长时间地积分, 我们也不能断定, 今后将出现的演变形式在过去的历史中全部都曾经遇到过。

因此, 对一个确定性的能够产生混沌态的系统而言, 未来对新的演变形式是开放的。认识了过去的全部演变历史, 并不能预料未来的一切演变形式。这就需要更加深入地研究这些确定性的非线性系统。我们认为, 未来对新的演变形式的开放性, 同样是大尺度地球大气运动的一个本质性的特征。

参 考 文 献

- [1] 罗哲贤, 大尺度大气运动的倍周期分叉和流型的非周期演变, 气象学报 (待发表)。
- [2] 李麦村、罗哲贤, 6 月和 10 月大气环流突变的非线性机制, 中国科学, B 辑, 第二期, 187—192, 1983。
- [3] Tomita, K., et al, Stroboscopic phase portrait and strange attractors, *Physics Letters*, 66A, 91—

93, 1978.

[4] Lorenz, E. N., Deterministic nonperiodic flow, *J. Atmos. Sci.*, **20**, 130—141, 1963.

CHAOTIC FORMS OF LARGE-SCALE ATMOSPHERIC MOTION

Luo Zhexian Ma Jingxian

(*Meteorological Institute of Gansu Province*)

Abstract

Using an eighth-order set of determinate, forced, dissipative, and nonlinear autonomous equations, which governs the dynamics of a quasi-geostrophic flow of the baroclinic atmosphere, the chaotic forms of large-scale atmospheric motion are investigated numerically. In certain ranges of the thermal forced parameters, the chaotic forms of the variations of the flow patterns are exhibited distinctly. Along with gradual change of the thermal forced parameter, transformations between periodic and chaotic motion forms occur repeatedly. The windows of period-3 and period-6 emerge also in the chaotic regions.

The periodic motion forms of the flow patterns correspond to the periodic low-frequency vacillations of the subtropical high cells along the zonal direction during summer half year. After the transformation from periodic to chaotic form occurs, these regular vacillations are broken immediately. This phenomenon of the establishing and the breaking [of the periodic low-frequency vacillation of the subtropical high cells along the zonal direction tallies with observational fact.