

北半球环流指数的某些特征*

中央气象局气象科学研究所数值预报组**

提 要

通过对实际资料的分析,作者发现,在 $0-70^\circ\text{N}$ 地区北半球500 mb气候平均位势高度沿纬圈的平均值,不论冬夏,都可以很准确地用四参数来表示,其误差小于10位势米。对用三参数和二参数表示的情况也作了比较。最后还用三参数计算了逐月的气候平均情况和个别月份逐日的情况,并指出了某些特征。

数值的长期预报在很大程度上是以气候理论作基础的,如先研究定常问题得出某气象要素的基本状况,而后在此基础上将方程线性化以研究非定常问题,也就是预报问题。了解并适当地表示基本状况是研究长期预报所必不可少的。大气运动的基本状况是由最经常作用的因子——太阳辐射和地球自转——所形成的纬圈气流。在对中纬度的纬圈气流的特征的研究中,苏联动力气象学者取得了出色的成就,他们通过大量经验资料的分析发现,就中纬度而言($70^\circ \leq \varphi \leq 30^\circ$, φ 是纬度),位势高度对纬圈的平均值(记作 $\bar{H}(\theta, p)$)和 $\sin^2\theta$ (这里 $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$,即余纬度)的关系很接近于一直线,即可很好地描写成:

$$\bar{H}(\theta, p) = H_0(p) + k(p) \sin^2 \theta. \quad (1)$$

按地转近似可有

$$\bar{v}_\lambda(p) = \alpha(p) r_0 \sin \theta, \quad (2)$$

而

$$\alpha(p) = \frac{k(p)}{r_0^2 \rho(p) \omega}, \quad (3)$$

这里 $\omega = 7.293 \times 10^{-5}$ 秒 $^{-1}$,地球自转角速度; $r_0 = 6.37 \times 10^6$ 米,地球平均半径; $\rho(p)$,空气密度; λ ,经度; p ,气压; $\bar{v}_\lambda(p)$ 为纬圈风速沿经圈的平均值。

(2)式表明在任一高度上的大气是象一个刚体一样以角速度 $\alpha(p)$ 相对于地球转动。用这样一个参数 $\alpha(p)$ 来描写大气运动的纬圈状况,虽然成功地反映了中纬度的情况,但是在低纬度就出现了不能容忍的差别,因为接近低纬度西风急剧减弱而变为东风。显然,这种不一致会降低预报的正确度。事实上,苏联预报的经验表明,纬度越低,准确度越差。因此,考虑我国纬度较低的情况,如何更精确地描写纬圈状况以合理地考虑不能忽视的低纬度的影响;显然是摆在我们面前的首要任务。增加(1)式的项数,即增加描写纬圈状况的参数,自然可以更接近实况。在本文中我们着重分析了三参数的情形,即

$$\bar{H}(\theta, p) = H_0(p) + b_1(p) \sin^2 \theta - b_2(p) \sin^4 \theta. \quad (4)$$

* 1959年5月25日收到。

** 参加这一工作的还有科学院地球物理研究所纪立人和刘瑞芝同志。

主要的一些結果如下所述。

(一) 計 算 方 法

为了叙述的方便,我們讲一般情形。根据天气图,在等压面上緯圈平均位势高度的离散值 \bar{H}_K 是已經知道的。計算环流指数,我們可以分两步作。首先用一多項式表示 \bar{H} ,再用地轉近似求得緯圈平均风速 \bar{v}_1 ,从而計算出环流指数。

(1) 表示 \bar{H} 的計算方法

設

$$\tilde{H}(x) = H_0 + a_0x + a_1x^2 + \cdots + a_mx^m \quad (5)$$

是 $\bar{H}(x)$ 的近似函数(称(1)做 $m+1$ 参数多項式逼近),其中 $x = \sin^2\theta$, 要决定参数 $H_0, a_1, a_2, \cdots, a_m$, 按最小二乘法,我們有

$$\sum_{K=0}^n (\bar{H}_K - \tilde{H}_K)^2 = \min. \quad (6)$$

由此,我們可以得到关于 $H_0, a_1, a_2, \cdots, a_m$ 的正規方程。写成矩陣形式即

$$AS = F, \quad (7)$$

其中

$$A = \begin{pmatrix} H_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} n & \sum_{K=0}^n x_K & \sum_{K=0}^n x_K^2 & \cdots & \sum_{K=0}^n x_K^m \\ \sum_{K=0}^n x_K & \sum_{K=0}^n x_K^2 & \sum_{K=0}^n x_K^3 & \cdots & \sum_{K=0}^n x_K^{m+1} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \sum_{K=0}^n x_K^m & \sum_{K=0}^n x_K^{m+1} & \cdots & \cdots & \sum_{K=0}^n x_K^{2m} \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \sum_{K=0}^n \bar{H}_K \\ \sum_{K=0}^n x_K \bar{H}_K \\ \vdots \\ \sum_{K=0}^n x_K^m \bar{H}_K \end{pmatrix}.$$

方程(7)可以用克兰姆方法求解。但是,在参数較多(如 $m \geq 3$)的情形,这种方法的計算量比較大。在这种情形下,我們采用分块求逆矩陣*的方法。因为 S 是对称矩陣,其逆矩陣也必对称,所以这样作可节省不少工作量。为了簡單起見,我們看 $m=3$ 的情形。

設这样得到的逆矩陣 S^{-1} 是

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix},$$

則

$$A = S^{-1}F. \quad (8)$$

把(8)式写成分量形式,則

* 求逆矩陣的方法很多,如还有鑲边法等,詳見:法捷也娃著:綫性代数計算法。

$$\left\{ \begin{aligned} H_0 &= \sum_{K=0}^n A_K \bar{H}_K, \\ a_1 &= \sum_{K=0}^n B_K \bar{H}_K, \\ a_2 &= \sum_{K=0}^n C_K \bar{H}_K, \\ a_3 &= \sum_{K=0}^n D_K \bar{H}_K, \end{aligned} \right. \quad (9)$$

其中

$$\left\{ \begin{aligned} A_K &= b_{11} + b_{12}x_K + b_{13}x_K^2 + b_{14}x_K^3, \\ B_K &= b_{21} + b_{22}x_K + b_{23}x_K^2 + b_{24}x_K^3, \\ C_K &= b_{31} + b_{32}x_K + b_{33}x_K^2 + b_{34}x_K^3, \\ D_K &= b_{41} + b_{42}x_K + b_{43}x_K^2 + b_{44}x_K^3. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

上式中 A_K, B_K, C_K, D_K 只是 x_K (或 θ) 的函数, 对同一种讀取 \bar{H}_K 的方法而言(如 θ 从 20° 到 90° , 每隔 5° 讀一个 \bar{H}_K), 不論 \bar{H}_K 的数值如何它們都是一样, 因此, 在实际工作中我們只要算一次就够了。此外, 不难看出:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{K=0}^n A_K &= 1, \\ \sum_{K=0}^n B_K &= \sum_{K=0}^n C_K = \sum_{K=0}^n D_K = 0. \end{aligned} \right. \quad (11)$$

所以, 利用公式(11)就可以檢驗 A_K, B_K, C_K, D_K 計算的正确性。

(2) 环流指数*的計算方法

由环流指数的定义

$$\alpha = \frac{1}{r_0 \sin \theta} \bar{v}_\lambda, \quad (14)$$

按地轉近似

$$\bar{v}_\lambda = \frac{9.8}{2\omega \cos \theta} \frac{\partial \bar{H}}{r_0 \partial \theta}, \quad (15)$$

故

$$\alpha = \frac{9.8}{r_0^2 \omega} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x} = 3.31104 \times (a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots) \times 10^{-9} \text{秒}^{-1}. \quad (16)$$

为了了解用不同参数表示 \bar{H} 的能力, 我們选了冬季和夏季的 \bar{H} , 分別計算了对应的二、三、四参数的 \bar{H} , 結果见图 1a, 1b。显然, 四参数表示的高度廓綫最好, 二参数表示的最差; 三参数表示的中間一段与实况相差不多, 但在低緯度, 特别是夏季, 誤差就相当大。因此, 当需要着重考虑低緯气压分布时, 最好用四参数。

为了比較用不同参数計算造成的差别, 我們用二、三、四参数的方法分別計算了 α_K 的

* 我們將某一緯圈上空气相对于地球旋轉的角速度称作环流指数, 这与名詞的原来意义并不是完全一致的。

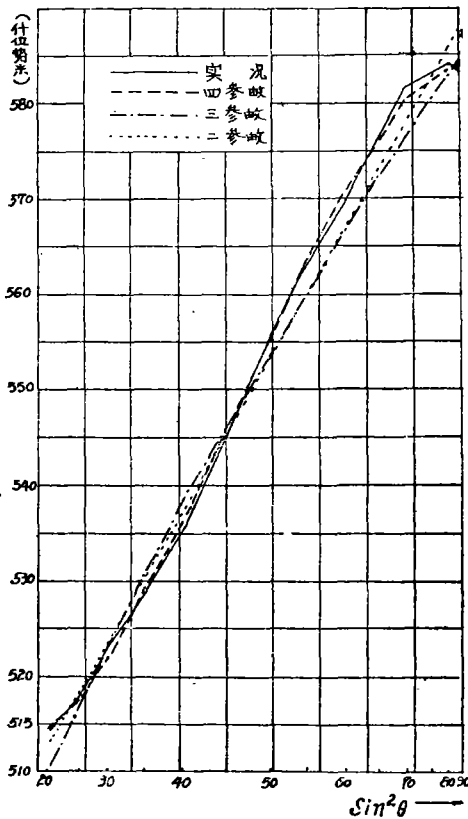


图 1a 用二、三、四参数表示 $\bar{H}(\theta)$ 的曲线
(12—2 月情况, 资料取自 Зверов 书)

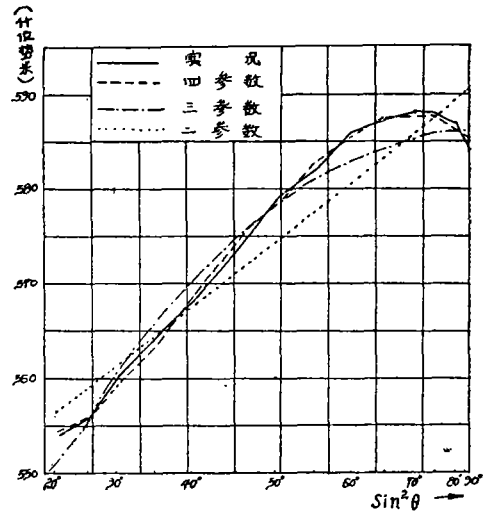


图 1b 用二、三、四参数表示 \bar{H} 的曲线
(6—8 月情况, 资料取自 Зверов 书)

数值(表 1), 可以看出, 它们之间的差别是显著的。由图 1 的结果可以推断, 参数少的 α_K 误差较大。当然, 在实际问题中究竟采取几参数, 还要由其他条件决定(如能否求出方程的闭合解等问题)。不过, 从计算结果表明, 一般而言, 三次曲线(即四参数)已经能够相当满意地表示廓线的形状了。

(二) 环流指数的季节变化

在中纬度的大气, 可看作一刚体相对于地球以角速度 α 旋转。如果我们只着重考虑这个地区, 我们可以用两参数方法按公式 (16) 计算 α 。根据陶诗言的 500mb 月平均图, 我们算出了全年各月的 α (如图 2 所示)。由图 2 看出, α 在 1 月最大, 7 月最小, 从冬到夏, 它是减小的, 尤其在 3 月到 7 月这段时期减小得最快; 以后又上升, 而以从八月到 10 月上升得最快。 α 的递减率和递增率是近似相等的, 也就是说, 从冬到夏的递减和从夏到冬的递增, 基本上是对称的, 这和 Машкович, Добрышман, Хейфец^[2] 所得到的结果稍有不同。

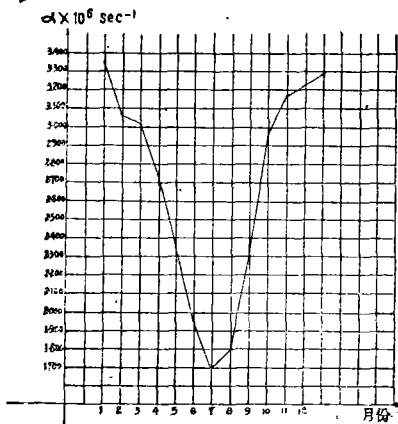


图 2 α 的年变化

我们感兴趣的是三参数的情形。现在用

$$\bar{H} = H_0 + b_1 \sin^2 \theta - b_2 \sin^4 \theta \quad (17)$$

表示。在讨论之前, 先要引入参数 $\frac{\alpha^*}{\omega}$, ϵ 来代替 b_1 , b_2 。

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{\omega} = \frac{gb_1}{\omega^2 r_0^2}, \\ \varepsilon = \frac{2b_2}{b_1}. \end{cases} \quad (18)$$

現在，我們對 $\frac{\alpha}{\omega}$ 和 ε 的意義作一簡單的說明。

用地轉近似，由(16)式可以導出

$$\frac{\bar{v}_\lambda}{r_0 \sin \theta} = \frac{g}{\omega^2 r_0^2} (b_1 - 2b_2 \sin^2 \theta). \quad (19)$$

根據計算， b_2 一般比 b_1 要小得多，所以 b_1 可以表征中高緯度空氣相對於地球旋轉的角速度的參數。也就是說，按(18)式計算的 α 和用二參數方法計算的很相近。

設 θ^* 表示 \bar{v}_λ 達到最大值的緯度，由(18)式不難導出

$$\sin \theta^* = \sqrt{\frac{1}{3\varepsilon}}. \quad (20)$$

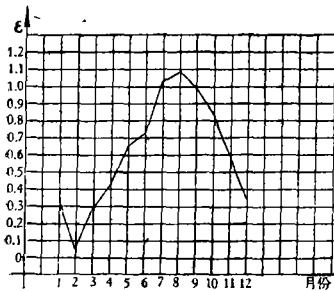


圖 3 ε 的逐月分布圖

(20) 式表示 ε 是表征急流所在緯度的參數。當 $\varepsilon < \frac{1}{3}$ 時急流不存在。這是三參數表示可能發生的與實際情況不符合的地方。此外，由(20)式看出， ε 愈小，急流位置愈南。這和實況是一致的。

根據陶詩言的 500mb 月平均圖，我們計算了全年逐月的 $\frac{\alpha}{\omega}$ 及 ε 。 $\frac{\alpha}{\omega}$ 的特點和用二參數計算的 α 相似。 ε 如圖 3 所示，2 月最小，八月最大，在 7、8、9 三月大於 1，冬季小於夏季。這是急流位置夏季較冬季偏北的反映。

(三) 環流指數的逐日變化

為了了解用三參數計算的 $\frac{\alpha}{\omega}$ 和 ε 的逐日變化，我們用 1957 年 7 月、8 月和 1958 年 1 月、2 月每日 00 時(世界時) 500 mb 的 $\bar{H}(\theta)$ 值作了計算(取 $0^\circ - 60^\circ \text{N}$ 每隔 10° 的記錄)，結果如圖 4、5、6、7 所示：

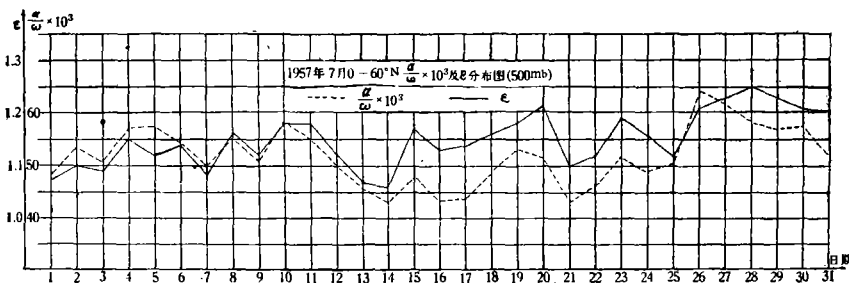


圖 4

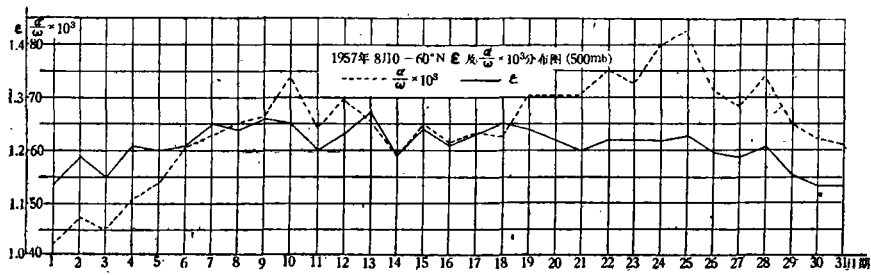


图 5

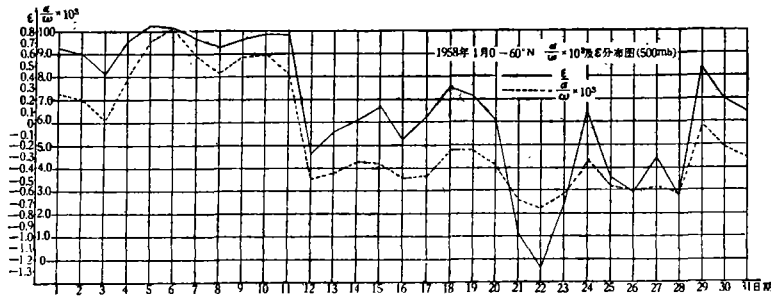


图 6

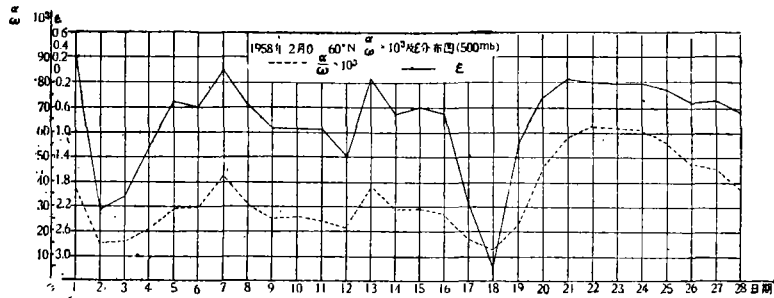


图 7

这些图的显著特点是： α 和 ϵ 的变化趋势基本上是一致的（例外情形也是有的）。

从(19)式可以导出

$$\bar{\alpha} = \int_0^{\pi} \frac{\bar{v}_\lambda}{r_0 \sin \theta} d\theta = \frac{g\pi}{2\omega r_0^2} (b_1 - b_2). \quad (21)$$

(21)式表示， $b_1 - b_2$ 是表示整个半球的平均角速度，即表示整个半球角动量的参数。

在这四个月中比较具有明显特征的是 1958 年 1 月，在这个月的 11 日以前， α 和 ϵ 的数值较大，变化较小；11 日以后 α 和 ϵ 的数值显著变小，并且逐日有较大的变化。这一点相当好地反映了环流特点。事实上，11 日以前，整个北半球环流较为平直，存在几个明显的长波系统；槽脊强度变化不大，系统呈准静止状态。11 日开始，大西洋上有脊发展，等高线较明显地变稀，这表明纬圈环流是减弱了。以后，原来准静止的长波系统开始明显移动，而且强度变化颇为剧烈，使得原来明显的纬圈环流消弱。这时，有一系列的阻塞高压和切断低压一面发生，一面崩溃，因而环流的变化也较大。

关于环流指数和大型天气过程的关系,夏季不大明显,这显然和夏季緯圈环流比較微弱有关。

这个工作是在 Добрышман 同志指导之下进行的,对于他不倦的指导和帮助謹致以衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] Зверев, А. С., *Синоптическая Метеорология*. 1957.
[2] Машкович, С. А., Добрышман, Е. М., Хейфец, Я. М., *Характеристики зональной циркуляции*.

SOME CHARACTERISTICS OF THE ZONAL CIRCULATION INDEX FOR THE NORTHERN HEMISPHERE

Section of Numerical Prediction, Institute of Meteorological Research, Central Weather Bureau

ABSTRACT

This paper consists of two parts, namely, the method of expressing the zonal climatic data of 500mb height in terms of several parameters and some characteristics of the zonal index for the Northern Hemisphere obtained by a three-parameter representation. Finally, the results are discussed.