

大地形對高空行星波傳播的影響*

周曉平 顧震潮

(中國科學院地球物理研究所)

提 要

根據天氣經驗、沿東亞大高原南北兩側傳播的高空波動中，北邊的波動一般傳播速度較大，而南邊的較小。作者根據行星波理論說明這是在運動學邊界條件下沿坡傳播的波動前後氣流中發生強迫的輻散輻合的結果。計算所得南北兩側波動的傳播速度差異和實際情況是比較一致的。

一

大地形對大尺度天氣的影響是多方面的；除了對冷熱源分佈上的改變以外，地形還對地表摩擦、水平湍流以及運動學的阻礙方面起了很大的作用。在數值預報中對大尺度運動的預報來說，考慮這些作用還不是怎樣困難的事，但是問題是按照預報上提出的要求我們如何決定某些因素是不是必須放進去。因為這些項目的引入在計算上都要增加許多工作量，如果這些因素實際上影響不大的話，對計算機器及在時間上都造成不少浪費。因此，在這方面，特別在我們還沒有高速電子計算機的情況下，我們需要從多方面弄清楚這些因子所可能起的作用(包括作用的大小)。而對天氣圖上所看到的大地形附近一些異常的天氣事實加以研究，瞭解它生成的原因，正是這方面所不可缺少的工作。

的確，儘管我們過去在東亞大地形對天氣的影響上作了若干研究^[1]，但是，不僅近年來不斷的有新的事實發掘出來，並且天氣工作者過去已經知道的事實也不一定都已十分清楚。例如昆明準靜止鋒的形成，四川冬季上空逆溫的形成是否簡單只是冷空氣在死水區堆積的結果，就很成問題，而大高原南北兩邊高空波動傳播速度不同的事實則還沒有注意研究過。

大家知道，在高原上空和高原兩邊都有高空波動經過，天氣實踐的經驗是在大高原南邊的波動(像印緬槽^[2]之類)一般比北邊的波動移動較慢，特別是大高原南邊的波動移動的緩慢是相當明顯的。這種現象究竟由什麼原因造成是很有意思的問題。本文試圖用運動學邊界條件下地形作為固定邊界的影響來解釋這種現象，因而認為這種現象可以由運動方程在適當下界邊界條件下定量的預報出來的。

二

我們要處理的問題可以看作是這樣的理想情況：假定山坡是南北向的，而坡度又是均勻的，山坡的長度很大，西風基本氣流與這山坡的等高綫(直綫)平行。我們來看一下這西

* 1958 年 1 月 8 日收到。

風基本氣流中的波動沿着山坡傳播時，速度會起什麼樣的變化。

如果略去渦度垂直輸送項，保留了對我們這一問題說來是十分重要的水平輻散項，綫性化以後的渦度方程是

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y}\right) + v' \beta = f \frac{\partial \omega}{\partial p}, \quad (1)$$

其中 U 是基本西風風速， u' 和 v' 分別是在 x 和 y 方向上的擾動風速， $\omega \equiv \frac{dp}{dt}$ ，

$\beta = \frac{df}{dy}$ ， $f = 2\omega \sin \phi$ 。由於山坡高度 h 是 y 的函數，那末按照地形的運動學邊界條件，在山坡上(在討論大地形的影響時應取成是摩擦層上界)的強迫垂直速度有下面的表達式：

$$w_h = \vec{V} \cdot \nabla h = v'_h \frac{\partial h}{\partial y},$$

因而

$$\omega_h = -\rho_h g v'_h \frac{\partial h}{\partial y}$$

其中帶有附標 h 的都是指摩擦層上界的值，取 $p = 0$ 時 $\omega = 0$ ，則(1)式右邊對 p 平均後將得：

$$\frac{1}{p_h} f \omega_h = -\frac{f A^* g \bar{v}'}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (2)$$

其中 $A^* = v'_h / \bar{v}'$ ，我們假定 A^* 是一個常數量，“-”表示平均高度上的量。把連續方程先對 p 平均，再對 y 微分後就可以把 $\frac{\partial \bar{u}'}{\partial y}$ 用 \bar{v}' 及其微商形式完全代替：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \bar{u}'}{\partial y}\right) = -\frac{\partial^2 \bar{v}'}{\partial y^2} + \frac{g A^*}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \bar{v}'}{\partial y}. \quad (3)$$

把(2)、(3)代入平均後的方程(1)，消去 $\frac{\partial \bar{u}'}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial \omega}{\partial p}$ ，得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} - \frac{g A^*}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial v'}{\partial y}\right) + \frac{\partial v'}{\partial x} \left(\beta + \frac{f A^* g}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y}\right) = 0. \quad (4)$$

這是在 $p = \bar{p}$ 上的擾動方程式，式中我們省去了上面的“-”號。如果把 $\frac{\partial h}{\partial y}$ 和 T_h 看成是常數，(4)式就是 v' 的常係數綫性方程。令

$$v' = A e^{i(kx + \mu y - vt)},$$

其中 A 是任意常數， $k = \frac{2\pi}{L}$ ， L 是擾動的波長， $\mu = \frac{2\pi}{\delta}$ ， δ 是擾動的寬度。那末頻率方程應該是：

$$v = kU - \frac{k(\beta + fa)}{(k^2 + \mu^2) - (\alpha\mu)^2} [(k^2 + \mu^2) + i\alpha\mu], \quad (5)$$

其中 $\alpha = \frac{A^* g}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y}$ 。(5)式中含有虛數，這意味着擾動振幅會加強或減弱，實際上的計算表明加強和減弱在 24 小時內是不大的(在 $L = \delta = 3000$ 公里， $\varphi = 35^\circ$ 時加強最大是 0.3%，而在 $\frac{\partial h}{\partial y} = 1 \times 10^{-2}$ 時，24 小時減弱不到 20%)。我們在下面只討論(5)式中

的實部，即擾動的傳播速度。在 x 方向的傳播速度 c 應有如下的表達式：

$$c = v/k = U - \frac{(k^2 + \mu^2)}{(k^2 + \mu^2) - (\alpha\mu)^2} \left(\beta + \frac{fA^*g}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y} \right).$$

在 $\frac{\partial h}{\partial y} = 0$ 時（即沒有山坡以及其引起的輻散輻合），這個表達式和 Haurwitz^[8] 的結果一樣。因為 $\alpha \sim 10^{-9}$ ，在實際情況下總是 $(k^2 + \mu^2)^2 \gg (\alpha\mu)^2$ ，因而 $(\alpha\mu)^2$ 可以略去。這樣上式就可以寫成：

$$c - U = - (k^2 + \mu^2) \left(\beta + \frac{fA^*g}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y} \right), \quad (6)$$

公式 (6) 右方第二括號中第一項是人們所熟知的 Rossby 參數，第二項就是地形對擾動的影響。為了搞清楚這兩項的大小，在圖 1 中我們給出了這兩項相同時， $\frac{fA^*g}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y} = \beta$ ， $\frac{\partial h}{\partial y}$ 對緯度 φ 的關係（在這個計算中我們取 $A^* = 1/2$ ，一般在 \bar{p} 層即我們所取的 500mb 層上，在西藏高原

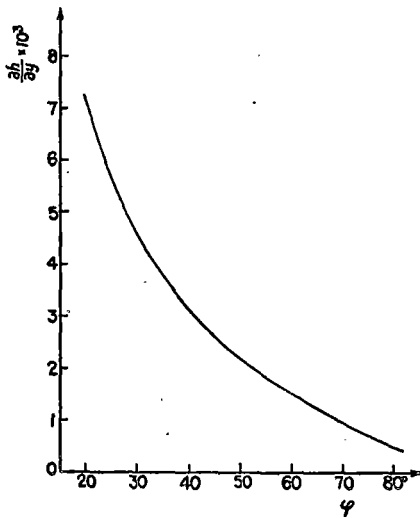


圖 1. $\frac{fA^*g}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y} = \beta$ 時 $\frac{\partial h}{\partial y}$ 與 φ 的關係，其中 $A^* = \frac{1}{2}$ ， $H = \frac{RT_h}{g} = 8 \times 10^5 \text{cm}$

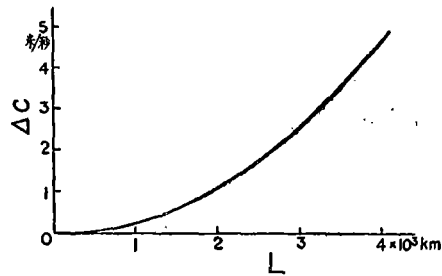


圖 2. 地形造成的位相速度改變值， $\Delta c = \frac{1}{k^2} \left(\frac{fA^*g}{RT_h} \frac{\partial h}{\partial y} \right)$ ，其中 $\varphi = 40^\circ \text{N}$ ， $\frac{\partial h}{\partial y} = 2 \times 10^{-3}$ ， $A^* = \frac{1}{2}$ ， $H = \frac{RT_h}{g} = 8 \times 10^5 \text{cm}$

附近的風速平均不到 20 米/秒，而摩擦層上界的風速約為 10 米/秒）。由圖 1 可以看到在 $\frac{\partial h}{\partial y} = 2 \times 10^{-3}$ ， $\varphi = 50^\circ \text{N}$ 和在 $\frac{\partial h}{\partial y} = 4 \times 10^{-3}$ ， $\varphi = 35^\circ \text{N}$ 時，這兩種情形下地形對擾動傳播速度的影響是一樣大。在一般的情況下，當 $\frac{\partial h}{\partial y} = 2 \times 10^{-3}$ ， $\varphi = 40^\circ \text{N}$ ， $\mu = 0$ ， $L = 3500$ 公里時，我們計算出 $|c - U|$ 的值大於 7 米/秒，而地形影響約為 3.5 米/秒（圖 2）。南北坡上波動傳播速度就可差到 500 公里/日以上，而像 2×10^{-3} 這樣大的坡度在東亞高原附近是很普通的。應該注意對大範圍來說坡度為 10^{-3} 的山坡是不能算很小的，因為儘管有些地方的坡度很大，然而在地球上 $L = 10^3$ 公里這樣大的範圍內保持這樣的坡度却是不多的。

三

我們根據中央氣象科學研究所的亞歐歷史天氣圖計算了 1957 年 1 到 3 月在西藏高

原南北兩邊 500mb 上 ($\bar{p} = 500\text{mb}$) 比較清楚的擾動, 觀測和計算的結果繪在圖 3 上。由圖可以看到在同一波長下, 北坡絕大部分 $c-U$ 的值 (以黑點表示) 比南坡 $c-U$ 的值 (以圓圈表示) 要大一些。 U 取的是地轉風在空間和時間的平均, 空間範圍在北坡是北緯 30 度到 50 度, 東經 60 度到 110 度, 南坡是北緯 17.5 度到 23.5 度, 東經 70 度到 110 度, 每隔 5 個經度取一個地轉風值。在波長為 3×10^3 公里附近, 南北平均的 $c-U$ 值相差 7.5 米/秒, 而根據公式 (6) 的計算 (取西藏高原南北麓位置分別在北緯 25 度和 40 度, 坡度各為 4×10^{-3} 和 -1×10^{-3} , $\mu = 0$), 南北坡上 $c-U$ 的差值是 5.5 米/秒。考慮到支配波動移動因素的複雜及可能有的分析及讀數的誤差, 考慮到西藏高原並不是理想的無限長的山脈, 這 5.5 米/秒的數值和實測的 7.5 米/秒的數值還是比較符合的。在這 5.5 米/秒的改變中, 85% 以上是由於坡度的大小和方向不同所引起的, 而在高原南北兩邊由於 β 的不同時對擾動傳播速度所造成的改變不到 1 米/秒。因而儘管 β 對擾動傳播速度的影響比地形的影響要大一倍, 可是

西藏高原兩邊波動移動速度的差別却不能由 β 的改變來解釋。起主要作用的應該是在南北坡的坡度方向 (符號) 和大小的不同。這就說明了高原對系統移動速度的確起着不可忽略的作用。它的物理實質在於: 當槽脊作繞山運動時, 由於風速有和地形梯度同方向的分量, 因此氣流也同時作爬山運動, 而運動學的邊界條件就造成強迫垂直運動和水平輻合輻散, 在北坡槽前是下坡, 由下坡導致的水平輻合引起了動力減壓, 槽後相反的過程引起了動力加壓, 這樣槽脊向東的移動速度就會快一些。同樣的理由可以說明南坡的系統東移將會慢一些。

然而也應該注意公式 (6) 所決定的 $c-U$ 隨 L 的分佈並不與觀測數據完全配合得很好。不論南坡與北坡對波長大於 2×10^3 公里的波, 在計算的結果都偏高, 這可能是由於整層大氣輻散的結果⁽⁴⁾ (非地形引起的輻散)。北坡擾動波長小於 2×10^3 公里的實測 $c-U$ 值比按照公式 (6) 所計算的大很多, 這可能是對於小範圍的氣流來說、在西藏高原北部的坡度還應該大一些, 也可能是這樣小的波動根本不是行星波而是慣性波。所有以上的問題, 特別是整層大氣輻散⁽⁴⁾ 的問題在進一步數值預報中是值得考慮的。由於我們所處理的是一個等值正壓大氣的情況, 它與實際的斜壓大氣還有一定距離, 因而所得到的結論只能作為一部分事實的定性解釋。只有考慮了各種不同的地形在斜壓大氣中所引

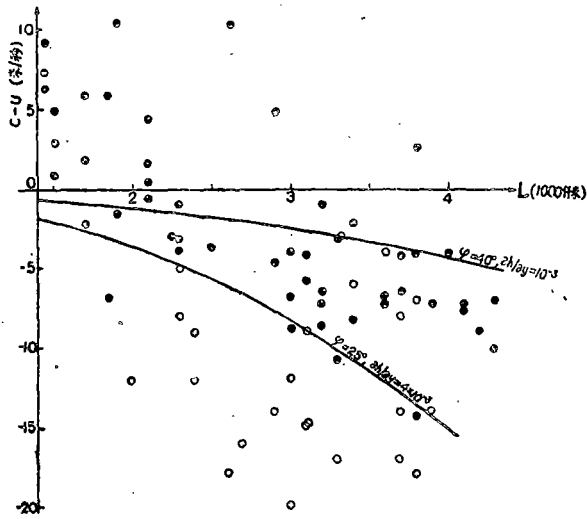


圖 3. 西藏高原南北坡 500mb 天氣系統的移動速度。黑點代表在西藏高原北坡的實測值; 圓圈代表在西藏高原南坡的實測值。

上面一根曲線是按照公式 (6) 在北坡計算的結果

$$\left(\varphi = 40^\circ, \frac{\partial h}{\partial y} = -1 \times 10^{-3}, \mu = 0\right),$$

下面一根曲線是按照公式 (6) 在南坡計算的結果

$$\left(\varphi = 25^\circ, \frac{\partial h}{\partial y} = 4 \times 10^{-3}, \mu = 0\right).$$

起的一系列的十分複雜的效應後，才能把地形影響完全弄清楚。

* * * * *

本文曾得到葉篤正同志的意見和討論，特此誌謝。

參 考 文 獻

- [1] 葉篤正，顧震潮：西藏高原對於東亞大氣環流及中國天氣的影響。科學通報，6 (1955)，29—33。
- [2] 陶詩言：冬季由印緬來的低槽對華南天氣的影響。氣象學報，23 (1953)，172—192。
- [3] Haurwitz, B.: *Dynamic Meteorology*, (1941), McGraw-Hill Co., 295—299。
- [4] Rossby, C. G.: On the dispersion of planetary waves in a barotropic atmosphere, *Tellus*, 1 (1949), No. 1, 54—58。

THE INFLUENCE OF THE SLOPE OF A PLATEAU ON THE MOVEMENT OF TROUGHS AND RIDGES

CHOW SHIAO-PING and KOO CHEN-CHAO

(*Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica*)

ABSTRACT

It is demonstrated in this paper that the phase velocity of the troughs and ridges moving along the slope of a plateau or a mountain range should be affected by the slope according to the formula (6). It is shown in fig. 3, that this is in fairly good agreement with the synoptic experience that the systems move slower on the southern periphery of Tibet plateau than those on the northern one.