第 28 卷 第 4 期　　氣 象 學 報　　Vol. 28, No. 4
1957 年 11 月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　Nov., 1957

# 從訊息論看天氣預報的評分和使用*

顧 震 潮

(中國科學院地球物理研究所)

提　要

作者利用訊息論中的概念和方法說明現用天氣預報評分的缺點和改進方法. 訊息量或訊息指數可以作爲評分的一種指標. 作者又指出對天氣預報隨便改動必然降低預報的情報價值,因此使用單位不宜任意改動.

## 一. 引　言

近十年來生長着一門新的科學——控制論. 訊息論即是其中的一部分[1,2]. 訊息論主要是研究消息的加工和傳送的統計理論. 訊息論所研究的兩個基本問題是測定訊息的量的問題和訊息的質或信號的可靠性的問題. 它對電信、語言研究、通訊的保密、破密有很大用處,對無綫電天文學貢獻尤其大. 不難看出,如果把所發佈的天氣預報作爲對未來天氣實况的信號,這兩個問題就直接牽涉到天氣預報的評分和使用. 固然,我們不能把解决本門問題的希望單純寄托在另一種學科身上, 但是從有關各種學科的已有成就中,採取有用的方法和結果來幫助我們解决本門的一些問題,則完全是需要的.

到現在爲止,訊息論對氣象學上的應用還很少有人注意,並且僅有的一些研究也多不公開發表 (見 [3]), 無從了解內容. 發表的工作[3]中談的也是對"客觀預報"中因子(指標)取捨的問題. 然而,天氣物理過程究竟不是單純統計性的"客觀預報"所可以描寫的. 因此,訊息論對天氣預報本身的應用恐怕並非正道. 它主要的應用還應在預報的評分和使用方面. 但本文只是一個初步的考慮,希望由此引起大衆的注意. 更進一步的研究,待有關方面深入進行.

## 二. 評分問題

天氣預報的評分由來已久,方法也很多[4,5]. 一般說來,按照評分的目的應該有不同的評分要求和辦法. 例如要知道按準確到什麽程度就可以用簡單的"準確率"(報對次數與預報次數的百分比),要了解預報人員的技術高下就不能單純看報錯或報對的次

* 1957 年 3 月 12 日收到.

數，還得看各次天氣物理過程預報的難易程度．要從預報對國民經濟起多大作用來評分，就得對各種部門各種不同情形下預報的效果加以估價，有時還要顧到心理因素．

從統計方面來看，首先要了解的是，某種預報的錯對情形究竟比亂猜好多少．這方面有着各種判據[4]．Wallén 引用1)(以互相排斥的交替事件為例，後同此，但不損害一般性)

$$V = \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{\sqrt{n_{\cdot 1}n_{\cdot 2} - n_{1\cdot}n_{2\cdot}}},$$

Heidke 引用了

$$S = \frac{\Sigma n_{ii} - \Sigma n'_{ii}}{n - \Sigma n'_{ii}},$$

其中 $\Sigma n'_{ii} = \Sigma n_{i\cdot}n_{\cdot i}/n$ 是完全亂猜(預報與實況無關)時應有的報中次數．Обухов[5] 引用

表 1

| | | 預報 $x$ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 總數 |
| 實況 $y$ | 1 | $n_{11}$ | $n_{21}$ | $n_{\cdot 1}$ |
| | 2 | $n_{12}$ | $n_{22}$ | $n_{\cdot 2}$ |
| 總數 | | $n_{1\cdot}$ | $n_{2\cdot}$ | $n$ |

$$Q = 1 - (\alpha + \beta), \qquad (\alpha = n_{21}/n_{\cdot 1},\ \beta = n_{12}/n_{\cdot 2}),$$

$\alpha$, $\beta$ 是實況報錯的概率．顯然我們也可引用

$$Q' = 1 - (\alpha' + \beta'), \qquad (\alpha' = n_{12}/n_{1\cdot},\ \beta = n_{21}/n_{2\cdot}),$$

$\alpha'$, $\beta'$ 是預報不中的概率．事實上不難看出 $V$ 就是 $Q$ 與 $Q'$ 的一種調和．

以上幾種指標在預報是完全亂猜時都得 0，在全報對時都是 1．因此比起"準確率"來，有更清楚的統計意義．例如表 2 的例子中的晴雨預報按準確率有 74%，然而我們知道預報與實況却完全獨立(完全胡猜)，這可由任意一行(列)的數字與另外一行(列)完全成比例這一點看出來．這就是說、不論預報什麼、實況出現晴雨的概率總是一定的，不論實況是什麼，預報晴雨的概率也總是一定的．所以按 $Q$ (或 $S$、$V$) 評分該得零分．

表 2

| | | 預報 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 晴 | 雨 | 總數 |
| 實況 | 晴 | 144 | 16 | 160 |
| | 雨 | 36 | 4 | 40 |
| 總數 | | 180 | 20 | 200次 |

然而這些指標却有共同的缺點，即是牠們都沒有考慮到所預報天氣本身的概率，以致不論各種天氣的頻率分佈如何，報對了便有同樣的評分分數．例如江南黃梅時節陰晴不定，預報更需要，如果全部報對我們很有價值，而在北方冬季每個月就只有不多幾次降雪，大部分日子的天氣都可料到，全都報對也不怎樣．這就是說，這些指標中沒有把預報給我們多少"情報價值"表示出來．要表示出這一點來，就牽涉到訊息問題．

* * *

所謂某個信號的訊息就是這信號所帶的所要傳遞的狀態的概率．因此訊息量可以用對於某一狀態的不確定的程度來表示．假定表示這不確定的程度的量 $H$ 滿足：(1)

1) 這其實就與 $\chi^2$ 值直接有關，$V = \sqrt{\chi^2}/n$．

$H$ 是各事件概率 $p_i$ 的連續函數;(2) $p_i = 1/n$ 時 $H$ 隨 $n$ 的增加而單調增加;(3)分段挑與不分段挑一樣,那末,對於分立(discrete)馬可夫鏈(任機過程)來說可以證明[1]

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i$$

(對於概率是 $p$ 的狀態的訊息 $H = -\log p$, 其中對數一般取 2 作底). 顯然 $0 \leqslant H \leqslant 1$. 各種狀態同樣可能時,$H$最大(表 3).

對於某狀態 $x$ 的訊息獲得量 $I$ 可以定作對這狀態確定性的增加或不確定性的減少:

$$I = H_{舊} - H_{新} = -\log p_0(x) - [-\log p_1(x)] = \log p_1(x)/p_0(x),$$

顯然 $-\infty < I < +\infty$.

不難看出,就"情報價值"說,$I$ 可以是預報評分的一種衡量. 這種衡量要比 $V, S, Q$ 等等來得好. 因為它代表的是由預報所獲得的訊息量,是有絕對意義的. 可以注意,訊息量多,不一定錯誤最少. 因為錯誤少的情形也可以是完全胡猜碰到的. 例如表 4 中正式的預報結果 (a) 並不算好, 並且錯了 $25/95 \doteq 26\%$. 但顯然不是胡猜的(預報與實況並非獨立). 如果事先了解晴天較多, 始終盲目猜定是晴天, 錯誤是減少了不少(16%),但是從表上也顯然可見"預報"與實況無關,毫無訊息價值.

表 3

交替事件的 $H(p)$

| $p$ | $H$ |
|---|---|
| 0.0 | 0 |
| 0.1 | 0.47 |
| 0.2 | 0.72 |
| 0.3 | 0.88 |
| 0.4 | 0.97 |
| 0.5 | 1.00 |

表 4

(a)

| | | 預報 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 晴 | 雨 | 總數 |
| 實況 | 晴 | 70 | 10 | 80 |
| | 雨 | 15 | 0 | 15 |
| 總數 | | 85 | 10 | 95 |

(b)

| | | 只猜晴天 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 晴 | 雨 | 總數 |
| 實況 | 晴 | 80 | 0 | 80 |
| | 雨 | 15 | 0 | 15 |
| 總數 | | 95 | 0 | 95 |

也可以了解,從訊息觀點來看,預報全部報錯(報反)的情形與全部報錯的情形是一樣的. "漢堡笑話"說,漢堡有個老頭子預報老是報對,有人問他如何報法,老頭說是只要與氣象台預報報得相反就成. 這就說明了這一點. 當然實際上氣象台預報時已考慮了氣候統計頻率有了經驗,必然 $H < 1$, 因此容易證明這種笑話是不可能實現的,即老頭子這樣"預報"的"準確率"不可能比氣象台預報來得高.

* * *

要用 $I$ 來作預報評分,我們可以分別計算各種預報實況的 $I$、訊息論證明[1,2]:

$$I_{xy} = \log p_y(x)/p(x) = \log p_x(y)/p(y) = \log p(x,y)/p(x)p(y),$$

其中 $p_y(x)$ 是知道已確定是 $y$ 狀態後 $x$ 在某狀態的準確率等等,

$$p(x,y)=n_{ij}/n,\qquad p(x)=n_{i\cdot}/n,\qquad p(y)=n_{\cdot j}/n,$$
$$p_y(x)=n_{ij}/n_{\cdot j},\qquad p_x(y)=n_{ij}/n_{i\cdot},$$

而

$$I_x=\Sigma\, p_x(y)\log\frac{p_x(y)}{p(y)},\qquad I_y=\Sigma\, p_y(x)\log\frac{p_y(x)}{p(x)};$$

總的平均訊息量

$$I=\Sigma\, p(x)I_x=\Sigma\, p(y)I_y=\Sigma\, p(x,y)I_{xy}.$$

顯然　$-\infty < I_{xy} < -\infty$,　　而　$0 \leqslant I_x,\ I_y;\ I \leqslant 1$.

各具體情况下平均訊息量的最大值只有

$$I_{\max}=-\Sigma\, p_i\log p_i,$$

即最多對概率是 $p_i$ 各狀態的出現毫無所知 $(H=-\Sigma p_i\log p_i \neq 1)$ 成爲完全肯定 $(H=0)$。因此 $I_{\max}$ 可以小於 1.

由此可見，對某種天氣的預報，預報人員所能給的訊息是有一定限度的，這限度與所預報的天氣的實際出現頻率有關．例如在我國北方冬季，晴天很多，降水的日子很少，這時 $I_{\max}$ 比 1 小得多，而在江南陰晴不定的梅雨期中，$I_{\max}$ 就接近於 1．對這兩種天氣預報如果都是完全正確的話，前者所供給的新的訊息比後者多得多．因此，在這種意義上來說，對前者，預報人員的“本領”就施展不了多少，或者說，把後者完全報對要難得多．用 $V$, $S$ 或 $Q$ 來作評分時對這一點就不表示出來．

要知道某種預報給的訊息比可能給的最大訊息差多少，可以引用訊息的指數或相對訊息獲得量：

$$M_I=I/I_{\max},$$

這個指數與 $S$、$V$、$Q$ 等指數一樣，在完全報中時等於 1，在完全胡猜時，不論報對多少次，仍是零．但它有訊息上的意義，比 $V$ 等等純統計數仍有不同．它可以補充訊息獲得量．

在評定天氣預報的好壞時，總要與持續性(惰性)預報，及按平均情况預報(如按氣候統計晴天多即多報晴天)比較．前者可在預報時間過去後，進行統計來決定 $I$ 惰性以與實際預報的 $I$ 比較．至於氣候資料 (平均頻率 $\bar{p}_i$) 可以使我們從一無所知的情况得到一定的訊息，故

$$I_{氣候}=1-H_{氣候}=1+\Sigma\bar{p}_i\log\bar{p}_i,$$

因此比較是容易的．但注意 $I_{氣候}$ 不是預報的結果，故不能與預報 $I$ 比較．

*　　　*　　　*

下面我們來看幾個例子：

第一個例子是 1950 年柏林冬季的晴雨 (或雪) 的 24 小時預報 (Bad Kissingen),

根據資料[6]求得實際預報的列聯表 (contigency table), 如表 5(a); 根據持續性來預報得到另一個表,如表 5(b).

表 5

a) 柏林冬季晴雨實際預報(1950 年)

| | | 預報 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1.晴 | 2.雨 | 總數 |
| 實況 | 1.晴 | 26 | 21 | 47 |
| | 2.雨 | 8 | 35 | 43 |
| 總數 | | 34 | 56 | 90 |

b) 柏林冬季晴雨"持續性預報"(1950 年)

| | | 預報 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1.晴 | 2.雨 | 總數 |
| 實況 | 1.晴 | 32 | 15 | 47 |
| | 2.雨 | 14 | 29 | 43 |
| 總數 | | 46 | 44 | 90 |

按氣候資料[7] 柏林冬季三個月雨日的平均頻率 $p_{\cdot 2} = 0.5$, 因此 $H_{氣候} = 1$. 而 $I_{氣候} = 0$。

按表 5(a)及表 5(b)可求出實際預報及持續性預報的各項訊息獲得量, 如表 6(a)及(b).

表 6. 1950 年冬季(1,2,12 月)柏林晴雨預報訊息獲得量 (Bad Kissingen)

(a) 實際預報

| 預報 | 晴 | 晴 | 雨 | 雨 |
|---|---|---|---|---|
| 實況 | 晴 | 雨 | 晴 | 雨 |
| $p(x,y)$ | 0.289 | 0.089 | 0.233 | 0.389 |
| $p(x)$ | 0.378 | 0.378 | 0.612 | 0.612 |
| $p(y)$ | 0.522 | 0.478 | 0.478 | 0.522 |
| $p_y(x)$ | 0.522 | 0.186 | 0.448 | 0.814 |
| $p_x(y)$ | 0.765 | 0.235 | 0.374 | 0.626 |
| $p_y(x)/p(x)$ | 1.460 | 0.491 | 0.733 | 0.133 |
| $I_{xy}$ | 0.548 | −1.023 | −0.448 | 0.411 |

$I_{1\cdot} = 0.189$
$I_{2\cdot} = 0.089$
$I_{\cdot 1} = 0.102$
$I_{\cdot 2} = 0.142$
$I = 0.125$

(b) "持續性預報"

| 預報 | 晴 | 晴 | 雨 | 雨 |
|---|---|---|---|---|
| 實況 | 晴 | 雨 | 晴 | 雨 |
| $p(x,y)$ | 0.356 | 0.156 | 0.167 | 0.321 |
| $p(x)$ | 0.511 | 0.511 | 0.489 | 0.489 |
| $p(y)$ | 0.522 | 0.478 | 0.472 | 0.522 |
| $p_y(x)$ | 0.681 | 0.326 | 0.319 | 0.674 |
| $p_x(y)$ | 0.695 | 0.305 | 0.340 | 0.660 |
| $p_y(x)/p(x)$ | 1.370 | 0.638 | 0.653 | 1.379 |
| $I_{xy}$ | 0.455 | −0.649 | −0.615 | 0.462 |

$I_{1\cdot} = 0.118$
$I_{2\cdot} = 0.096$
$I_{\cdot 1} = 0.114$
$I_{\cdot 2} = 0.101$
$I = 0.107$

由表 6 可知實際預報平均約給了可能給訊息的 12.5%. 持續預報只給了 10.7%. 但按"準確率"算則都是 68%. 把各個 $I$ 比較可知,實際預報晴天所給的訊息比持續性預報所給的好許多;但實際預報雨天所給的訊息就比持續性預報所給的要少. 就雨天來說實際預報給的訊息要多些. 可以說主要是雨天報得不好. 這從 $I_{xy}$ 或頻率分佈上也可看出. 在各 $I_{xy}$ 中可看出報晴對下雨的訊息最小,粗略地說即報晴不易.

第二例子是同年柏林夏季的晴雨 24 小時預報. 根據同樣材料得表 7、8. 按氣候

資料得雨日的頻率是 0.46，而 $H_{氣候}=0.99$，$I_{氣候}=0.01$.

表　7

a）柏林夏季晴雨實際預報(1950 年)

| | | 預報 1.晴 | 預報 2.雨 | 總數 |
|---|---|---|---|---|
| 實況 | 1.晴 | 32 | 22 | 54 |
| 實況 | 2.雨 | 14 | 24 | 38 |
| 總數 | | 46 | 46 | 92 |

b）柏林夏季晴雨"持續性預報"(1950 年)

| | | 預報 1.晴 | 預報 2.雨 | 總數 |
|---|---|---|---|---|
| 實況 | 1.晴 | 39 | 15 | 54 |
| 實況 | 2.雨 | 15 | 23 | 38 |
| 總數 | | 54 | 38 | 92 |

表 8.　1950 年夏季 (6,7,8 月)柏林晴雨預報訊息獲得量

| 實際預報 | | "持續性預報" | |
|---|---|---|---|
| $I_{11}=0.24$, | $I_{12}=-0.44$ | $I_{11}=0.299$, | $I_{12}=-0.567$ |
| $I_{21}=-0.29$, | $I_{22}=0.31$ | $I_{21}=-0.567$, | $I_{22}=0.548$ |
| $I_{\cdot 1}=0.036$ | | $I_{1\cdot}=0.058$ | |
| $I_{\cdot 2}=0.022$ | | $I_{2\cdot}=0.107$ | |
| $I=0.029$ | | $I=0.078$ | |

在本例中就"準確率"來看，實際預報不如"持續性預報"，但前者是 61%，後者是 67%，相差不多，用 $Q$ 指數的話，前者是 0.22，後者是 0.23，也差不多．但從訊息獲得量來看，實際預報所給訊息不及持續性預報所給的一半！

第三例：北京 1957 年一月份有無降水的 24 小時預報：(一、二兩日缺)．根據北京

表 9.　北京降水預報 (1957 年 1 月)

(a) 實際預報

| | | 1.無 | 2.有 | 總數 |
|---|---|---|---|---|
| 實況 | 1.無 | 22 | 2 | 24 |
| 實況 | 2.有 | 3 | 2 | 5 |
| 總數 | | 25 | 4 | 29 |

(b) "持續性預報"

| | | 1.無 | 2.有 | 總數 |
|---|---|---|---|---|
| 實況 | 1.無 | 21 | 3 | 24 |
| 實況 | 2.有 | 4 | 1 | 5 |
| 總數 | | 25 | 4 | 29 |

表 10.　北京降水預報訊息獲得量 (1957 年 1 月)

| (a) 實際預報 | | (b) "持續性預報" | |
|---|---|---|---|
| $I_{11}=0.088$, | $I_{12}=-0.521$ | $I_{11}=0.022$, | $I_{12}=-0.108$ |
| $I_{21}=-0.727$, | $I_{22}=1.536$ | $I_{21}=-0.142$, | $I_{22}=0.536$ |
| $I_{1\cdot}=0.015$ | | $I_{1\cdot}=0.001$ | |
| $I_{2\cdot}=0.405$ | | $I_{2\cdot}=0.028$ | |
| $I=0.082$ | | $I=0.006$ | |

氣候資料[8],一月份雨日頻率是 0.076. 而 $H_{氣候}=0.37$, $I_{氣候}=0.63$.

按"準確率"來說,實際預報是 83%,惰性預報是 76%,只差 7%. 如計算 $Q$,前者是 0.32,後者是 0.08,已有不少差別. 而訊息獲得量前者有 0.082,後者只有 0.006,即後者幾乎沒有給什麼訊息. 實際預報的相對訊息獲得量與當月降水日數實際頻率來算 $(I_{\max}=0.63)$ 是 12.6%.

還可以注意 $I_{xy}$ 中預報有降水對有降水天的訊息增加得很多,同樣預報降水整個來說,訊息獲得量也比持續性預報的大得多. 可見降水預報是不壞的.

* * *

從以上各例我們可以看出,用訊息獲得量來評定天氣預報是有優點的. 上面各例中只舉了交替事件的預報,但這方法對任何個數的互相排斥事件的預報都是合用的. 不過對有些加權數的情形(如晴曇陰雨,而報晴得陰也給了一部分分數)也須加權數就是.值得注意的是,我們的天氣預報應該着重危險天氣. 由於人類的適應性,危險天氣必然是出現頻率較少的天氣. 因此用訊息獲得量來作預報評分時(可先把各類天氣分好,再把有無各種危險天氣作爲先决的預報分一下),危險天氣的預報是否正確一定會在訊息獲得量中得到更大的反映,這是合乎我們的評分要求的.

自然,正如前面所說,評分可以按評分的目的而有不同的方法和指標. 訊息獲得量評分可以告訴我們天氣預報給了我們多大"情報價值",要滿足其他的目的還要採用其他的方法和指標的.

## 三. 對待預報的一個問題

嚴格地說,一個預報的發佈必須考慮到使用的情况. 明顯不過的例子是:如果晴雨的可能幾乎相同,可是報晴所引起的後果如果可能更壞(例如防汛時會因此麻痺),那末就得報雨. 因此,正像訂貨會議上的問題一樣,預報的發佈和使用也是可以並需要從對局論(theory of games)的觀點統盤計算加以决定的. 不過由於估價的問題牽涉業務具體問題很多,又還沒有比較客觀的辦法,因此這方面還需要多加研究.

這邊我們只從訊息論來看很簡單的一個問題,就是傳達單位或使用單位修改預報的問題. 大家知道,由於種種關係,不但傳達單位有誤傳、擴大、縮小等情況,就是使用單位也有相信預報不够而自作主張加以修改的. 事實證明這種情形是要引起許多不必要的損失的. 我們現在從訊息論來說明這種修改必然要改壞的.

假設 $y$ 是對 $x$ 的一種訊號,經過傳達或修改,變成訊號 $v$. 假如修改時本身沒有對 $x$ 的知識、沒有預報的知識、$p_{yv}(x)=p_y(x)$,那末訊息論證明[2]

$$I(x,y)=H(x)-\iint p(y,v)\int p_y(x)\log p_y(x)\,dx\,dy\,dv,$$

而　　$I(x,v) = H(x) - \iint p(y,v) \int p_y(x) \log p_v(x) dx\, dy\, dv;$

但是可以證明函數

$$\int f(x) \log g(x) dx$$

在 $g(x) = f(x)$ 時最大．因此除非 $p_v(x) = p_y(x)$，即除非 $y$ 與 $v$ 完全相同，總是 $I(x,v) < I(x,y)$，這就是說隨便亂改的結果總是訊息獲得量必然就要減少，不論是修改得總是偏大還是偏小．如果有時改得偏大，有時改得偏小[等於在通訊中加上均頻噪音(white noise)]，那末訊息獲得量更要大為減小．在通信中，這種噪音干擾是容易去掉的．但對於需要逐次處理的預報來說，就難於去掉這種"歪曲"了．

由此可見對於預報、使用單位及傳達單位還是不改、不走樣為是．

## 參 考 文 獻

[1] Shannon, C. E., and Weaver, W., *The mathematical theory of communication*, 1949, Univ. of Ill. Press, Urbana.

[2] Woodward, P. M., *Probability and information theory, with application to radar*, 1955 (2nd impression). Pergamon Press, London.

[3] Wahl, E. W., *Met. Runds.*, **8** (1955), 51—54.

[4] 鈴木榮一，預報研究ノート，**3** (1952)，9/10 號，9—23；**4** (1953)，1 號，1—25.

[5] Обухов, А. М., *Изв. АН СССР, сер. геоф.*, 1955, № 4, 339—349.

[6] *Tägliche Wetterberichte*, 1950, Bad Kissingen.

[7] Alt, E., *Klimakunde von Mittel- und Südeuropa, Hb. d. Klimatologie*, Bd. III, Teil M, 1932, Berlin.

[8] 中國降水資料，聯合資料室出版，1954 年．

# THE EVALUATION AND UTILIZATION OF WEATHER FORECASTING FROM THE VIEWPOINT OF COMMUNICATION THEORY

Koo Chen-chao

*(Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica)*

Abstract

Introducing the notion and technique of communication theory the author shows that the evaluation of weather forecasting could be improved. The information index is used as an index of evaluation. It is also pointed out that any modification of the forecast done arbitrarily must decrease its value as an information.