

北京低層高空的風速分佈*

楊大昇

(北京大學)

提 要

分析北京 1954, 1955 兩年氣球測風的原始記錄, 根據 500 米高度上的風速, 這些記錄可以分作三類: 大風, 中風和弱風三種情形。中風情形的記錄最多, 因此根據中風情形記錄所得到的平均風速分佈較有代表性, 本文對中風情形的實測風分佈作了理論的研究。

假定 900 米以下湍流係數 K 隨高度改變, 而且 $K = (a - bz)^2$; 900 米以上 K 為常數, 則由湍流平均運動方程的確解所算得之風速分佈幾乎和實測者完全一致。

最後, 本文還討論了 Д. Л. Лайхтман 所建議的根據實測風決定湍流係數 K 的方法, 指出應用這種方法時所須注意之點。

一. 引 言

本文所討論的低層高空是指近地面層以上的行星邊界層。

本世紀初許多學者都曾經研究低層大氣中的風速分佈, 如 F. Åkerblom, 和 F. M. Exner 先後曾把 Ekman 研究海洋漂流(drift current)的結果用於大氣。以後廿年間各國學者又作了不少的理論和對觀測資料的分析工作, 證明: 理論和實測的平均風速分佈還很符合^[1,2]。這些理論都是用湍流粘性來解釋低層大氣中的風速分佈, 取不同的假定所得解答也就不同, 但各個解答也都能和一定的實際情形相當, 因此, 關於低層大氣中的風速分佈並無唯一的普遍的理論^[1,6]。最初的理論都假定湍流係數 K 是常數, 如 Ekman, Th. Hesselberg, H. U. Sverdrup 和 G. I. Taylor 等人的工作^[1,2,4,7]。後來, 根據對實測風的分析, 逐漸注意到湍流係數應隨高度改變, 考慮湍流係數隨高度改變的工作很多, 如 Н. Е. Кочин, М. Ч. Юдин, М. Е. Швец, F. Möller 和 Köhler 等人都得到較好的結果^[6,3,6], C. G. Rossby 更從理論上證明湍流係數應隨高度減少^[7], **; Haurwitz 研究結果指出: 軌跡曲率對風速分佈的影響很大, 因此,

* 1957 年 2 月 17 日收到。

** C. G. Rossby 在 1932 和 1935 年的論文中^[7]從理論上證明: 在近地面層中湍流係數 K 隨高度呈線性增加, 到近地面層上界達到最大值; 再向上 K 隨高度減少, 達摩擦層上界(即梯度風高度), 則湍流係數變為零。Rossby 爲了不使自由大氣中的湍流係數爲零, 又引入了“餘剩湍流”(Residual Turbulence)的概念, 即從摩擦層中某高度以上, K 成爲常值, “餘剩湍流”湍流係數的大小以及該係數和梯度風速無關的性質都由於對湍流的實際量度的結果^[2,7]。

僅僅考慮 K 隨高度的變化是不能改善已有的觀測與理論相符合的情形的；日本許多學者以及 Th. Hesselberg 和 H. Ertel 等人又推廣了湍流粘性應力，結果使理論更為複雜^[1]。1949 年蘇聯學者 А. Ф. Дюбюк 發表了他的“風隨高度的變化”的論文^[14]，在這篇文章中全面地給出了不同情形下風速隨高度變化的理論。

過去文獻中雖然都屢次提到理論和觀測相比較很符合，但是很少列舉進行比較的理論計算值和實際觀測值，本文目的即在利用北京 1954, 1955 兩年的部分氣球測風原始記錄，加以統計分析，證明：令湍流係數隨高度改變可以解釋北京低層高空的風速分佈，作者對湍流係數 K 所取的假定和 Rossby 的理論結果一致，900 米以下，令 $K = (a - bz)^2$ ；900 米以上， $K = \text{const.}$ ，解湍流平均運動方程，則所得確解的計算值和觀測值極為相合。

蘇聯學者 Д. Л. Лайхтман 曾經給出利用實測風決定湍流係數 K 的新方法^[13,12,11,8] 本文也從實際資料和從理論上討論了這種方法的可利用程度。

二. 北京低層高空的風速分析

利用北京 1954, 1955 兩年的氣球測風原始記錄，這些觀測數據比較完全，每隔 200 米就有一觀測值。在利用資料之前，我們先須判斷一下測風資料的準確程度，這兩年有些時刻同時有單經緯儀和雙經緯儀的測風觀測，比較結果，同一時刻同一地點的單經緯儀和雙經緯儀觀測相差很大，因此說明：瞬時的大氣運動情形很不規則，個別測風數據能不能代表該時刻大氣的真實的風速分佈是可以懷疑的。因此我們決定不作個案研究，而只考慮兩年的平均情形。

只利用兩年測風記錄中的一部分進行平均。選取記錄的標準只是按照風速的分佈情形，必須風速大小隨高度增加，風向向右偏轉，經過這樣選擇，則在所選用的資料中，大氣中不規則動力因子對風速分佈的影響已經大為減弱。如此，剩下的可利用資料雖然少，但平均結果却仍然比較能代表大氣中的平均情形，兩年中這樣選擇出來的資料共 87 次。

在平均的時候是把各時刻地面等壓綫方向取為 x 方向，與等壓綫垂直的方向取為 y 軸的方向， x, y 坐標符合右手坐標系。然後把各高度上風速分解成爲沿此二軸的二分量，對各高度上這兩個方向的分速分別進行平均。根據這些平均分速即可作出風速的分佈曲綫。這種取平均的辦法具有把各次觀測疊合起來再進行平均的意思，因此最能代表風速分佈的平均情形。

由於北京地形比較特殊，正處在高原的邊沿下面，同時又因爲地面圖時刻和測風觀測時刻不一致，所以根據地面圖很難準確決定地面的等壓綫及其梯度，因此在決定等壓綫時採用了飛行圖。

因為我們有興趣的只是 1 千米左右厚的一層大氣，所以可按 500 米高度上的風速把記錄分為三類^[9,10]。此高度上風速 ≥ 8 米/秒為大風；風速在 8 米/秒和 4 米/秒之間為中風；小於 4 米/秒者為弱風。

各種情形下的平均風速分佈如下列各圖：

圖中註 0 之點表風速計高度；1, 3, 5, ……等分別表 100 米, 300 米, 500 米……等高度；橫軸上 u_g 表地面地轉風速。

由右列各圖可得出以下的重要結果：

(1) 這些風速分佈曲線中以大風情形最像 Ekman 螺綫。

(2) 大風情形超地轉風現象嚴重，故在這種情形有較強的熱成風；中風情形 1600 米高度上風向風速和地面地轉風相近；弱風情形 1400 米高度上風向風速和地面地轉風相近，因此，在這兩種情形，可以認為熱成風沒有作用。

(3) 中風弱風情形，風速計高度上風向與等壓綫有顯著的偏差，其偏差角度遠大於 45° ；在大風情形，此種偏角近於 45° 。

(4) 一般說來，風速計高度上風速都較小。

(5) 在平均過程中，熱成風不一定能去掉，但是由於鉛直方向氣壓溫度觀測記錄缺乏，所以對熱成風很難處理，根據地面溫度分佈可以求得近地面 100 米氣層內之熱成風，但是這樣算得的值常常太小，就其方向和數值而論，都不能解釋風向的異常的偏離等壓綫的現象。要靠平均的辦法去掉熱成風的作用也是不大可能的。Th. Hesselberg 曾經利用 Lindberg 一年中 90 餘次的氣球測風進行平均，結果，平均風速分佈完全可以用熱成風訂正來解釋^[4]，但是對於中風情形，上面已經指出：由於 1600 米高度上風向和地面地轉風向

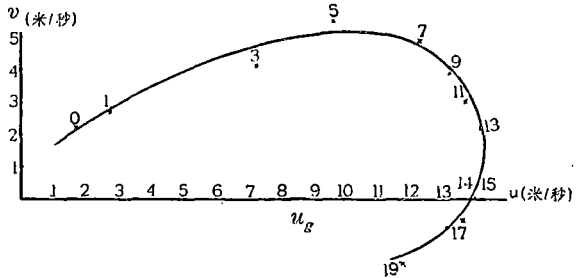


圖 1. 大風情形的風速分佈

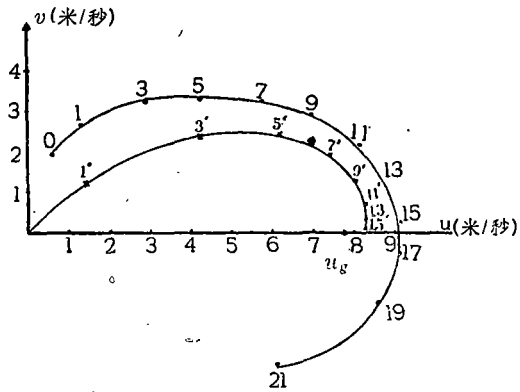


圖 2. 中風情形的風速分佈

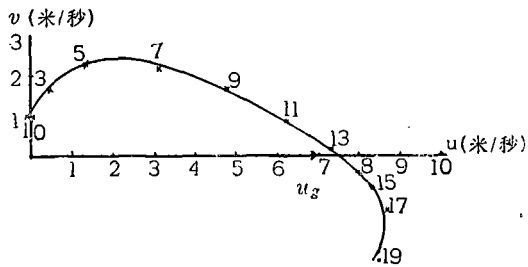


圖 3. 弱風情形的風速分佈

完全一致，風速大小也和地面地轉風大小相差很少，所以在這種情形可以合理假定：熱成風作用可以忽略，下節理論計算時採用了這個假定，所以計算值和實測值可能不能完全相合。

(6) 因為北京地位比較特殊，離開山地和山谷都比較近，可能受山谷風影響，但是我們所用記錄白天和夜晚次數幾乎相同，所以平均以後山谷風作用幾乎可以抵消；同時，我們也把各時刻地面和 100 米高度上的盛行風向點出，結果看不出風向的明顯的日變化，因此在本例中可以合理地認為：山谷風對風速的分佈無明顯的作用。

(7) 北京風速隨高度的分佈除地面風向和等壓綫偏角特別大外，其它特點均與一般結果^[9,10]大致相同，說明：北京低層高空風速分佈具有低層風速的一般特徵，而地面風向和等壓綫偏角特大也顯示出北京的地方性特點。

(8) 在梯度風高度上風速風向都與地面地轉風一致，因此中風情形 1600 米可視為即梯度風高度；弱風情形大約 1400 米即梯度風高度，故梯度風高度和地面地轉風速 u_g 有關， u_g 愈小，梯度風高度也愈低。

三. 理 論

上面已經指出：中風情形的平均風速分佈較能代表實際情況，同時，在這種情形熱成風的作用又可忽略，所以下面我們對中風情形的風速廓綫進行理論的研究。

不計分子粘性，由 Prandtl 的動量傳遞理論，湍流平均運動方程為：

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + lv + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial u}{\partial z} \right), \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - lu + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial v}{\partial z} \right), \end{cases} \quad (1)$$

其中 $l = 2\omega \sin \varphi$ 表地轉參變數， K 表湍流係數，因為我們只討論平均情形，所以非定常因子和擾動因子的影響可以認為已經抵消，因此可以假定沒有加速度，即：

$$\frac{du}{dt} = 0; \quad \frac{dv}{dt} = 0.$$

在中風情形雖然有少量的熱成風，但因熱成風無法考慮，所以也假定氣壓梯度不隨高度改變，即

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \text{const}; \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \text{const}.$$

由於沒有考慮熱成風的作用，理論結果與實際觀測必然有一定的差異。

因為現在只是討論風速隨高度的改變，所以只取一個自變數 z ，故最後可得：

$$\begin{cases} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + lv + \frac{d}{dz} \left(K \frac{du}{dz} \right) = 0, \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - lu + \frac{d}{dz} \left(K \frac{dv}{dz} \right) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

在上式中，令 $K = \text{const}$ ，並取邊界條件：當 $z = 0$ ， $u = v = 0$ ，則得 Ekman 螺綫，如取摩擦層厚度為 1600 米；地轉風速 $u_g = 7.8$ 米/秒（由飛行圖量得之平均地轉風速），則各高度上風速計算值即如圖 2 中帶“'”各點所表示，比較圖 2 中二曲綫可以看出：理論結果和實際結果差別很大，在低層 Ekman 螺綫上的風速梯度遠比實際梯度大，而風速計高度上風向和等壓綫偏差角度也大於理論的偏差角度 45° 。

理論和實際不相符合是很自然的，因為理論中所用邊界條件當 $z = 0$ ， $u = v = 0$ 是與實際情況不合的，因此在以後計算中，我們可取某一高度上（實際計算時係取 500 米高度）風速作起始條件，用以計算其它各高度上之風速。

在作這種計算之前，我們先從別的考慮來研究風速分佈的問題。

湍流係數表徵空氣上下交換的強度，係數值愈大，則上下交換強，故上下速度也愈趨於一致，而得較小的速度梯度，反之，係數值小，上下交換弱，則速度梯度也相應加大，比較圖 2 中的計算曲綫和實際觀測可以看出：如令湍流係數 K 隨高度改變低層大愈高愈減小，則既可解釋低層風速之較小梯度；而摩擦層高度也不致有太大的數值。

K 隨高度減小的最簡單假設可取 K 為以下的形式：

$$K = a - bz; \text{ 當 } z = H, K = 0^*, H \text{ 表摩擦層厚度; } a, b \text{ 爲二常數.}$$

將上面形式的 K 代入(3)式，解所得的方程^[16,31]，則由此算出的理論曲綫和實際觀測不能相符合。

$$\text{假定} \quad K = (a - bz)^2,$$

代入(2)式，並以 i 乘其中的第二式，然後和第一式相加，引入複速度

$$\vec{w} = u + iv$$

和複氣壓梯度

$$\vec{\pi} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + i \frac{\partial p}{\partial y} \right),$$

則得

$$\frac{d}{dz} \left[(a - bz)^2 \frac{d\vec{w}}{dz} \right] - li\vec{w} + \vec{\pi} = 0. \quad (3)$$

用

$$\xi = a - bz$$

作自變數轉換，故上式變爲

* 在摩擦層以上，湍流粘性項對運動已無影響，因此在 H 高度以上取 $K = 0$ 或 $\neq 0$ 對風速分佈並無影響^[6]。

$$\xi^2 \frac{d^2 \vec{w}}{d\xi^2} + 2\xi \frac{d\vec{w}}{d\xi} - \frac{li}{b^2} \vec{w} + \frac{\pi}{b^2} = 0, \quad (4)$$

首先解齊次方程

$$\xi^2 \frac{d^2 \vec{w}}{d\xi^2} + 2\xi \frac{d\vec{w}}{d\xi} - \frac{li}{b^2} \vec{w} = 0,$$

作自變數轉換, 令 $\xi = e^\tau$, 則得

$$\frac{d^2 \vec{w}}{d\tau^2} + \frac{d\vec{w}}{d\tau} - \frac{li}{b^2} \vec{w} = 0. \quad (5)$$

上式之通解為

$$\vec{w} = C_1 e^{r_1 \tau} + C_2 e^{r_2 \tau} + \vec{u}_g, \quad (6)$$

其中 C_1, C_2 一般均為複數; $\vec{u}_g = \frac{\pi}{li}$ 為各高度上的地轉風速, 而

$$r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4li}{b^2}}}{2},$$

由 $\tau = \ln \xi = \ln(a - bz)$,

故當 $\xi = a - bz \rightarrow 0$ 時, $\tau \rightarrow -\infty$;

如 $r_2 = \frac{-1 - \sqrt{1 + \frac{4li}{b^2}}}{2}$, 則 $r_2 \tau \rightarrow \infty$;

但是當 $\xi = a - bz \rightarrow 0$ 時, \vec{w} 不能為無限大值,

故 $C_2 = 0$,

因此 $\vec{w} = C_1 e^{r_1 \tau} + \vec{u}_g = C_1 e^{r_1 \tau} + \vec{u}_g, \quad (7)$

其中 $r_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4li}{b^2}}}{2}, \quad (8)$

$$C = C_0 + iC'_0.$$

根據實測風分佈, 摩擦層厚度 (即梯度風高度) 可定為 1600 米, u_g 的大小由實際觀測決定為 7.8 米/秒。在利用 [7, 8] 之前還須決定 a, b 二常數, 給 a 以適當的值, 則由 $z = H (= 1600 \text{ 米}), K = 0$ 的條件便可定出 b , 經過多次計算 (實際計算中很容易發現 a 變動的趨向), $a = 7.7$ 最合適, 於是

$$b = 4.8 \times 10^{-3}.$$

Rossby 曾經從理論上得出^[7]: 如果風速切變矢量和湍應力方向相同, 則 K 和高度

z 的關係爲

$$K = \frac{l(H-z)^2}{3\sqrt{2}},$$

其中 l 表地轉參變數，與我們假定的 K 的形式相比較，則

$$a = \sqrt{\frac{l}{3\sqrt{2}}} H; \quad b = \sqrt{\frac{l}{3\sqrt{2}}}.$$

在北京

$$l = 2\omega \sin \varphi = 9.36 \times 10^{-5} \text{ 秒}^{-1},$$

代入上式，則

$$b = 4.8 \times 10^{-3}; \quad a = 7.7.$$

故理論結果和由實測風決定出之 a, b 的數值完全一樣，因此，在決定 a, b 時可以參考 Rossby 的理論關係，Rossby 在推得上面的理論關係時，曾經假定風速切變矢量和湍應力方向相同，如取別的假定，則 $(H-z)^2$ 前面係數的數值也不一樣，因此，他所給出的理論關係只有參考的意義。

代入 a, b 的數值，則由(8)

$$r_1 \cong 1 + 1.4i, \quad (9)$$

如取 x 軸沿地面等壓綫方向，則

$$\begin{aligned} \vec{w} = u + iv &= (C_0 + iC'_0) e^\tau (\cos 1.4\tau + i \sin 1.4\tau) + 7.8, \\ \begin{cases} u = 7.8 + e^\tau (C_0 \cos 1.4\tau - C'_0 \sin 1.4\tau), \\ v = e^\tau (C'_0 \cos 1.4\tau + C_0 \sin 1.4\tau). \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

較低高度上風速因受地面影響可能缺乏可靠性，故取 500 米高度上風速作爲起始條件來定常數 C_0 和 C'_0 ，在 500 米高度上

$$u = 4.2 \text{ 米/秒}; \quad v = 3.4 \text{ 米/秒}.$$

由 $\tau = \ln(7.7 - 4.8 \times 10^{-3} z)$ ，(其中 z 用米表示)

則得

$$C_0 = 0.94; \quad C'_0 = 0.05;$$

故得

$$\begin{cases} u = 7.8 + e^\tau (0.94 \cos 1.4\tau - 0.05 \sin 1.4\tau), \\ v = e^\tau (0.05 \cos 1.4\tau + 0.94 \sin 1.4\tau). \end{cases} \quad (11)$$

根據上式計算得的各高度上的風速如圖 4，圖 5 中的曲綫(d)所表示。

和實測風曲綫(a)比較，理論計算值和實際觀測值相當符合，只是在 1000 米以上風速風向的計算值和觀測值差別較大，爲了改進 1000 米以上理論和實際的相符合情況，我們又假定 900 米以上 $K = \text{const}$ 進行計算，900 米以上 K 的數值即取當 $z = 900$ 米時 $K = (a - bz)^2$ 的數值，所以 $K_{900} = 12 \text{ 米}^2/\text{秒}$ ，亦即我們對圖 6 所表示的 K 和高度 z 的關係進行計算。

900 米以下的風速分佈可以利用上面的計算值；900 米以上因爲 $K = \text{const}$ ，因此

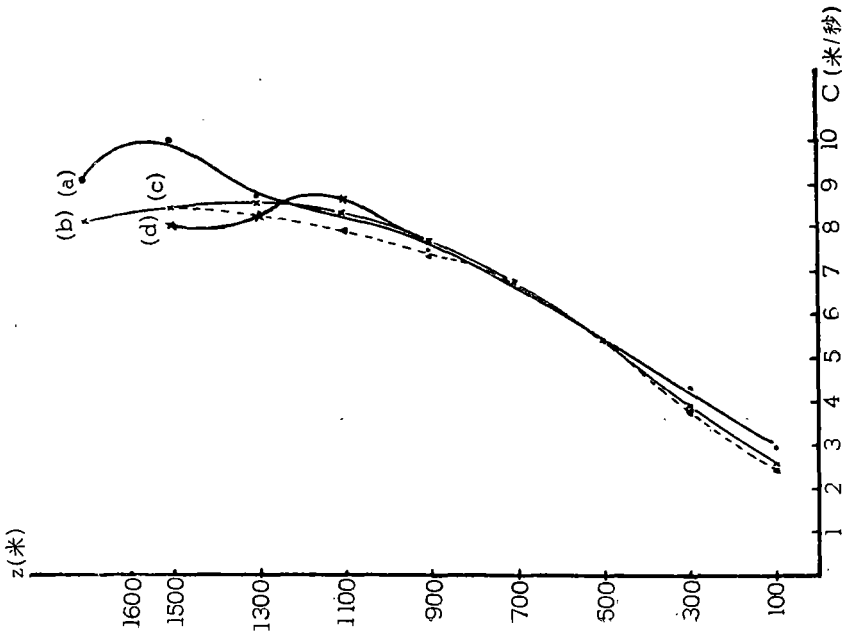


圖 4. 風速隨高度的分佈

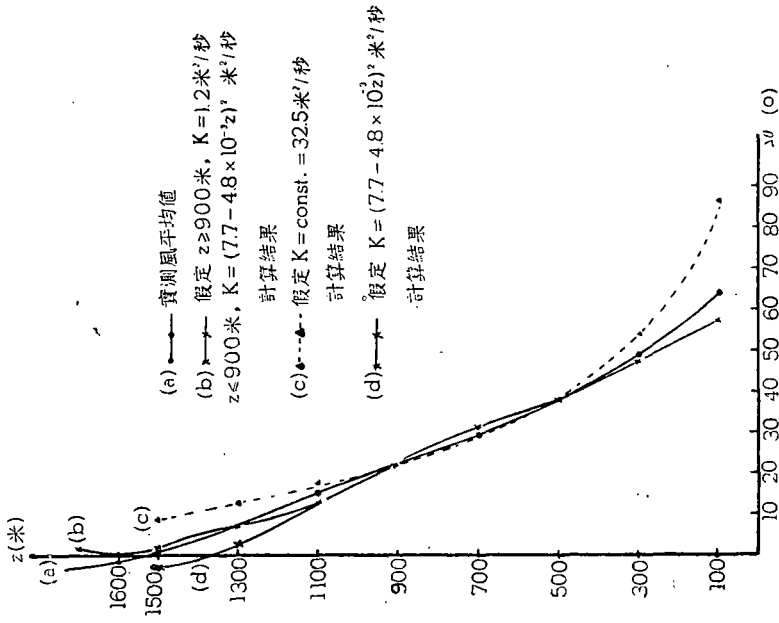


圖 5. 風向隨高度的分佈

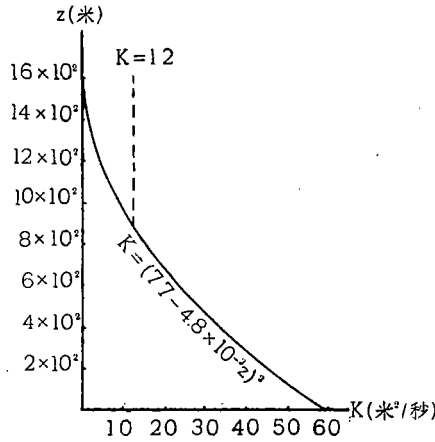


圖 6. 湍流係數隨高度的分佈

可以引用 Ekman 的理論，但是在定積分常數時，在現在情形須以 900 米高度上的風速作為起始條件，故在 900 米以上：

$$\begin{cases} u = 7.8 - e^{-2 \times 10^{-3} z} (17 \cos 2 \times 10^{-3} z + 8 \sin 2 \times 10^{-3} z), \\ v = e^{-2 \times 10^{-3} z} (17 \sin 2 \times 10^{-3} z - 8 \cos 2 \times 10^{-3} z). \end{cases} \quad (12)$$

圖 4, 5 中曲綫 (b) 即表示在現在假定下算得的速度分佈曲綫，和實際的風速分佈曲綫 (a) 比較，則在 1400 米以下都很符合，因此，如令 K 隨高度改變，並且這種變化呈圖 6 的形式，即：

$$\begin{aligned} \text{當 } z \leq 900 \text{ 米時, } K &= (7.7 - 4.8 \times 10^{-3} z)^2 \text{ 米}^2/\text{秒}; (\text{其中 } z \text{ 用米表示}) \\ z \geq 900 \text{ 米時, } K &= 12 \text{ 米}^2/\text{秒}. \end{aligned}$$

則理論計算值和實際觀測值極為一致。

由以上結果，北京低層高空風速分佈用湍流係數 K 隨高度減少到某一高度趨於常值的假定是可以滿意解釋的，所得風速分佈的計算結果和實際觀測極為符合，而梯度風高度也與實際觀測等壓綫和地面等壓綫一致之高度相合。

C. G. Rossby 在他的工作^[7]中詳細地研究了摩擦層中風速分佈的理論，他推廣了 Von Karman 的運動相似原理，從理論上得出摩擦層中混合長和湍流係數隨高度改變的規律，但是，這種理論本身，正如 L. Prandtl 在其“流體動力學”一書中批評 V. Karman 的最初工作一樣，包含了一系列物理上很難理解的假設。現在的考慮方法和 L. Prandtl 的混合長概念的考慮是一致的，把 K 當成比例係數，作適當假定進行計算，雖然就純理論觀點看來這是不够謹嚴的，但也避免了相似理論中的一些缺點，所得理論關係也比 Rossby 所得者更簡單，因此便於作實際計算。

從以上討論也可看出：北京低層高空的風速分佈似乎是支持 Rossby 的理論。

比較圖 4 圖 5 中 (b), (d) 兩曲綫還可看出：1500 米以上，它們的差別很小，而計算

這兩條曲綫時，1500 米以上 K 所取的數值相差則很大，接近梯度風高度時，對於 (b) 曲綫 $K = 12$ 米²/秒；而對於 (d) 曲綫 K 趨近於零，因此，當接近梯度風高度時，儘管 K 的數值相差很大，風速的計算值仍可近於相等，這表明：我們用 $z = H$, $K = 0$ 的條件來決定 a, b 還是合理的（見第 189 頁腳註）。

四. 對 Д. Л. Лайхтман 求湍流係數 K 的新方法的討論

當 $K = \text{const}$ ，則 K 的數值可用 Д. Л. Лайхтман 所建議的決定湍流係數的方法^[11,12,13] 來決定，根據北京的實測風分佈，用這種方法決定的 K 之數值為

$$K = 32.5 \text{ 米}^2/\text{秒}.$$

利用上面的數值，同時，如果用 500 米高度上的實測風速作起始條件定 Ekman 理論結果中的積分常數，因

$$z = 500 \text{ 米時: } u = 4.2 \text{ 米/秒}, \quad v = 3.4 \text{ 米/秒};$$

則得

$$\begin{cases} u = 7.8 + e^{-\alpha z}(1.6 \sin \alpha z - 8.9 \cos \alpha z), \\ v = e^{-\alpha z}(8.9 \sin \alpha z + 1.6 \cos \alpha z), \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\alpha = 1.2 \times 10^{-3} \text{ 米}^{-1}.$$

由上式算得的各高度上的速度如圖 4, 5 中的曲綫 (c)。由圖上可以看出：曲綫 (c) 和實際風速分佈 (a) 也大致相合，只是在低層和高層風向差異較大，尤其是在低層 500 米以下。至於風速大小的計算值和觀測值相差則不太嚴重。比較圖 4, 5 中的曲綫 (a), (b), (c) 可以認為： $K = \text{const}$ 的理論結果是上節理論結果的近似情形。

由 (12) 式，令 $v = 0$ ，則可決定梯度風高度 H 。當 $v = 0$ ，則

$$\text{tg} \alpha H = -0.1797,$$

$$\therefore H = 2500 \text{ 米}.$$

這個數值比一般承認的摩擦層厚度^[1,2,6] 都高得多，但是在平均情形，為什麼北京的地方性特點能使湍流粘性影響到這樣高度是很難解釋的，因為在所取的 43 次記錄中包括不同氣壓分佈情形，不同的天氣，季節分佈也比較均勻：冬季 14 次，夏季 8 次，春季 21 次，所以這樣高的摩擦層厚度是可以懷疑的。因此，假定 $K = \text{const}$ ，如 K 取適當數值，雖然各高度上風速的理論計算值和實際的風速分佈也相當一致（比較圖 4, 5 中 (a), (c) 二曲綫），但問題在於：由此得到的摩擦層厚度已缺乏實際意義。

另一方面，在應用 Д. Л. Лайхтман 的方法決定湍流係數 K 時，也有值得注意的地方。

當 $K = \text{const}$ 時，由湍流平均運動方程解答的性質，可得

$$\ln[(u - u_g)^2 + v^2] = -2\lambda z + A,$$

其中 λ 和 A 均為常數； u_g 表各高度上的地轉風速 λ 和 K 有關，

$$\lambda = \sqrt{\frac{i}{2K}},$$

故 $\ln[(u - u_g)^2 + v^2]$ 和 z 具有綫性關係，因此，Д. Л. Лайхтман 建議一種根據實測風求 K 的簡便方法^[11,12,13]。只須根據各高度上實測風速氣壓梯度（亦即 u_g ），把各高度上的 $\ln[(u - u_g)^2 + v^2]$ 的值算出，然後把這些對應值點在 $\ln[(u - u_g)^2 + v^2] \sim z$ 的坐標紙上，則由所得直綫的斜率便可定 λ ，因此就可算出 K 。

當 $K = \text{const}$ 時， $\ln[(u - u_g)^2 + v^2]$ 和 z 必定滿足綫性關係，問題在於：這種綫性關係和 K 的成為常數之間的關聯程度究竟怎樣？下面我們要利用前節結果來證明：當 K 隨高度改變時，在一定高度範圍內 $\ln[(u - u_g)^2 + v^2]$ 和 z 也呈綫性關係。

由 [7, 8]，令

$$r_1 = \alpha + \beta i,$$

則

$$\vec{w} = u_g + (C_0 + iC'_0)e^{\alpha\tau + \beta\tau i};$$

$$\begin{cases} u = u_g + C_0 e^{\alpha\tau} \cos \beta\tau - C'_0 e^{\alpha\tau} \sin \beta\tau, \\ v = C'_0 e^{\alpha\tau} \cos \beta\tau + C_0 e^{\alpha\tau} \sin \beta\tau; \end{cases} \quad (14)$$

故得：

$$(u - u_g)^2 + v^2 = (C_0^2 + C_0'^2) e^{2\alpha\tau}.$$

$$\begin{aligned} \therefore \ln[(u - u_g)^2 + v^2] &= \ln(C_0^2 + C_0'^2) + 2\alpha\tau \\ &= \ln(C_0^2 + C_0'^2) + 2\alpha \ln(a - bz) \\ &= \ln(C_0^2 + C_0'^2) + 2\alpha \ln\left[a\left(1 - \frac{b}{a}z\right)\right] \\ &= \ln(C_0^2 + C_0'^2) + 2\alpha \ln a + 2\alpha \ln\left(1 - \frac{b}{a}z\right), \end{aligned}$$

上式中 C_0 , C'_0 , α , a 和 b 都是常數，故可令

$$\ln(C_0^2 + C_0'^2) + 2\alpha \ln a = A' = \text{const},$$

故得

$$\ln[(u - u_g)^2 + v^2] = A' + 2\alpha \ln\left(1 - \frac{b}{a}z\right).$$

當 $\frac{bz}{a} < 1$ ，即當 $z < H$ 時，上式可以展開成

$$\begin{aligned} \ln[(u - u_g)^2 + v^2] &= A' + 2\alpha \left[-\frac{b}{a}z - \frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}z\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{b}{a}z\right)^3 - \frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}z\right)^4 - \dots \right] \\ &= A' - 2\alpha \left[\frac{b}{a}z + \frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}z\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{b}{a}z\right)^3 + \frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}z\right)^4 + \dots \right]. \end{aligned}$$

因此，當 $\frac{bz}{a} \ll 1$ 時，即當 $z \ll \frac{a}{b} = H$ 時，

$$\ln[(u - u_g)^2 + v^2] \cong A' - 2\alpha \frac{b}{a}z = A' - 2\lambda'z. \quad (15)$$

因此,即使 K 隨高度改變,比如 $K = (a - bz)^2$, 在較低高度範圍內(當 $z \ll H$ 時), $\ln[(u - u_g)^2 + v^2]$ 和 z 也可成爲綫性關係。

根據北京的實測風記錄,我們也的確得到這種結果。

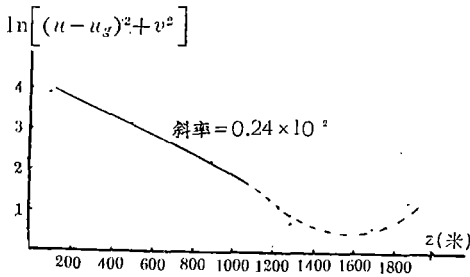


圖 7.

北京低層高空風速分佈用當 $z \leq 900$ 米, $K = (a - bz)^2$, 當 $z \geq 900$ 米, $K = \text{const}$ 的假定可以很好地解釋;但由實測風數據,一直到 1000 米高度, $\ln[(u - u_g)^2 + v^2]$ 和 z 成綫性關係,因此,由 1000 米以下 $\ln[(u - u_g)^2 + v^2]$ 和 z 的綫性不能判斷 K 是否即爲常數,而這樣決定出來的 K 也失去意義。

因此, Д. Л. Лайхтман 所建議的求湍流係數 K 的方法在使用時需要特別注意,只有當相當厚一層大氣內 $\ln[(u - u_g)^2 + v^2]$ 和 z 都成綫性關係時才可用這種方法求 K , 否則,不先斷定 K 是否是常數就用這種方法求 K 是沒有意義的。

五. 結 論

(1) 利用北京 1954, 1955 兩年部分氣球測風原始記錄, 可以得出北京低層高空的平均風速分佈, 在湍流平均運動方程中假定

$$z \leq 900 \text{ 米}, \quad K = (7.7 - 4.8 \times 10^{-3} z)^2 \text{ 米}^2/\text{秒};$$

$$z \geq 900 \text{ 米}, \quad K = \text{const} = 12 \text{ 米}^2/\text{秒}.$$

再利用地面地轉風速和 500 米高度上的風速, 則所得各高度上風速的計算值和實際觀測值非常符合, 說明: 對 K 取這種假定, 可以很好地解釋北京低層高空的風速分佈。

(2) 在湍流平均運動方程中, 假定 $K = \text{const}$, 如取 $K = 32.5 \text{ 米}^2/\text{秒}$, 利用 500 米高度上風速作起始條件, 則各高度上風速的計算值也大致與各高度上風速的觀測值相合, 表明: $K = \text{const}$ 的情形可以看成是上面較普遍理論的近似, 但如取 $K = \text{const} = 32.5 \text{ 米}^2/\text{秒}$, 則所得梯度風高度比一般數值要高得多, 已失去實際意義。

(3) Д. Л. Лайхтман 所建議的求摩擦層中湍流係數 K 的方法在使用時須特別注意, 只有在相當厚一層大氣內 $\ln[(u - u_g)^2 + v^2]$ 和 z 都成綫性關係的情形時, 用這種方法求 K 才有意義。

答謝: 本文經蘇聯專家阿基莫維奇教授指導; 並承趙九章所長, 謝義炳教授指正, 製圖時又得肖文俊同志協助, 作者謹致深切的感謝之意!

參 考 文 獻

- [1] Ertel, H., *Dynamische Meteorologie* (1938).
- [2] Lettau, H., *Atmosphärische Turbulenz* (1939).
- [3] Möller, F., Austausch und Wind, *Met. Zeit.* **48** (1931), 69 ff.
- [4] Hesselberg, Th. u. Sverdrup, H., U., Die Windänderung mit der Höhe vom Erdboden bis etwa 3000 m Höhe, *Beit. z. Physik frei Atm.*, **7** (1916), 156—166.
- [5] Möller, F., Freie und erzwungene Turbulenz. *Beit. Physik frei Atm.* **20** (1933) S. 79—83.
- [6] Sutton, O. G., *Micrometeorology* (1953).
- [7] Rossby, C. G., A generalisation of the theory of mixing length with applications to atmospheric and oceanic turbulence. *Pap. phys. Ocean. Meteor. Mass. Inst. Tech. & Woods Hole ocean. Instn*, 1,4 (1932); Rossby and Montgomery, The layer of frictional influence in wind and ocean currents. *Pap. phys. Ocean. Meteor. Mass. Inst. Tech. & Woods Hole ocean. Instn*, **5,1** (1936).
- [8] Lettau, H., A reexamination of the "Leipzig wind profile" considering some relations between wind and turbulence in the frictional layer, *Tellus*, **2** (1950), 125—129.
- [9] Shaw, N., *Manual of Meteorology*, Cambridge (1931).
- [10] Dobson, Pilot balloon ascents at the central flying school, upavon, during the year 1913. *Q. J. Roy. Met. Soc.* (1914—1915), 123—135.
- [11] 阿基莫維奇: 動力氣象講義.
- [12] Гандин, Л. С., Лайхтман, Д. Л. 等, Основы динамической метеорологии (1955).
- [13] Лайхтман, Д. Л., Новый метод определения коэффициента турбулентной вязкости в пограничном слое Атмосферы, ГГО; вып, 37, 99, (1952).
- [14] Любюк, А. Ф., Изменение скорости ветра с высотой., труды цип, вып, 15, 42, (1949), 3—20.
- [15] Мухина, Т. С., Влияние изменений градиента давления во времени на ветер в приземном слое (краткое изложение работы). Труды цип, вып, 26, 53, (1951), 53—58.
- [16] Извеков, Б. И., Кочин, Н. Е., Динамическая метеорология (1937), часть 2, 28—37.

WIND PROFILE IN THE UPPER PLANETARY BOUNDARY LAYER OVER PEKING

YANG TA-CHENG
(Peking University)

ABSTRACT

The wind data from free balloon at Peking in the years 1954—1955 are analysed and are grouped according to the wind velocity on 500 m level into three sets, namely: strong, moderate, and light wind. Since the data are abundant for moderate wind, and its wind profile is more representative, a theoretical investigation is proposed.

Assuming the turbulent coefficient K varies with height according as $K = (7.7 - 4.8 \times 10^{-3}z)^2$ for $z \leq 900$ m; and $K = \text{const} = 12 \text{ m}^2/\text{sec}$ for $z \geq 900$ m, it is found that the calculated wind profile agrees very well with the observation.

Finally, some comments are given to the new method proposed by Д. Л. Лайхтман for the determination of the turbulent coefficient K from wind data.